

**LA VALORACIÓN DEL DESARROLLO DE LAS ACCIONES  
INTELECTUALES DE ANÁLISIS, REFLEXIÓN Y GENERALIZACIÓN:  
UNA EXPERIENCIA PEDAGÓGICA SOBRE LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS DE MATEMÁTICA.**

**AUTORES:**

**Dr. Israel Mazarío Triana**

**M.C. Jorge Armida Lozano**

**M.D.E. Verónica Torres Campos**

**Profesores del Instituto Tecnológico Superior de Poza Rica, Estado de Veracruz, México.**

**RESUMEN**

El trabajo muestra los resultados de una experiencia pedagógica, sobre el proceso de formación y valoración de las acciones intelectuales (análisis, reflexión y generalización) implicados en la resolución de problemas, en el área de Matemática. Los resultados se sustentan en una investigación que se llevó a cabo con estudiantes de primer año de las carreras que se estudian en el Instituto Tecnológico Superior de Poza Rica, Estado de Veracruz, México.

El trabajo realizado durante varios cursos ha permitido lograr que los estudiantes desarrollen las acciones relacionadas con la resolución de problemas de Matemática. En las conclusiones se enumeran los avances obtenidos hasta el momento.

**Palabras claves:** valoración, análisis, reflexión, generalización, resolución de problemas

**INTRODUCCIÓN**

Uno de los aspectos más importantes de la enseñanza de la Matemática pero donde se reportan considerables índices de fracaso en los estudiantes es el de la resolución de problemas. Sin embargo, plantear o escribir algo sobre lo que se considera propicio al aprendizaje de la resolución de problemas de Matemática resulta extremadamente difícil. Son muchos los estudios que al respecto se han efectuado, no obstante, la respuesta de cómo se debe enseñar a resolver problemas no es definitiva y los informes de investigaciones científicas, aunque tendientes a aproximarse sucesivamente a una solución, nos confirman que en lo concerniente a la

resolución de problemas de Matemática aun quedan cuestiones a plantear sobre el tema.

En esta perspectiva se asume realizar un trabajo enfocado a la formación, desarrollo y valoración de las acciones intelectuales de análisis, reflexión y generalización durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas de Matemática a través de una propuesta pedagógica que favorezca la incorporación en el desempeño del estudiante, de acciones intelectuales efectivas dentro de un contexto donde se integren el actuar y razonar sobre su propia actividad.

En efecto, la resolución de problemas matemáticos se ha de ver, no sólo como una actividad cognoscitiva dentro de la Matemática y para la Matemática, sino como actividad que permite la reflexión, la comunicación de ideas, la conexión de conceptos y que ayude a resolver problemas de la vida cotidiana. A través de este proceso se considera que la responsabilidad fundamental del profesor de matemáticas es la de enseñar a los alumnos a pensar, destacando así la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, ya que es aquí donde los supuestos y los propósitos de su enseñanza se ponen a prueba para promover un buen desempeño escolar.

### **ANTECEDENTES**

Los antecedentes de este trabajo se localizan en la propia práctica pedagógica de muchos profesores y en la valiosa información que sobre el tema de resolución de problemas de Matemática y sus acciones intelectuales inherentes, exponen en la literatura importantes autores e investigadores como G. Polya (1989) a partir de su trabajo pionero en esta línea, A.H. Schoenfeld (1985) quien sobre la base de la propuesta de Polya desarrolla y vincula cuatro dimensiones al proceso de resolución de problemas (a saber: dominio del conocimiento o recursos, los procedimientos heurísticos, las estrategias metacognitivas y el sistema de creencias), Mason-Burton-Stacey (1989) por sus contribuciones al conocimiento de los procesos que rigen el pensamiento matemático en general, A.F. Labarrere (1996) al analizar los fundamentos psicopedagógicos de la resolución de problemas, L. Campistrous y C. Rizo (1996) con sus recomendaciones para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, y otros, que se han consultado para la realización de este trabajo.

Otro antecedente importante lo constituyen los presupuestos teórico-metodológicos

del Enfoque Histórico Cultural de L.S. Vigostky (1982, 1987), la Teoría de la Actividad de A.N. Leóntiev (1979) y la Teoría de la Formación por Etapas de las Acciones Mentales de P. Ya. Galperin (1986).

### **PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO.**

La situación con respecto a la resolución de problemas de Matemática en los estudiantes que ingresan a formarse como ingenieros en el Instituto Tecnológico Superior de Poza Rica, estado de Veracruz, México, indica un considerable nivel de fracaso en esta actividad, tal situación requiere la necesidad de una investigación científica que enfoque el tratamiento pedagógico de la resolución de problemas matemáticos a partir de las dificultades que presentan los estudiantes. La dificultad fundamental que se manifiesta está relacionada con la ausencia de una línea directriz en términos de la secuencia de acciones intelectuales que se dan en el proceso y por consiguiente, con la formación y desarrollo de tales acciones por los estudiantes.

Además, del intercambio con los estudiantes se comprobó que muchas veces estos actuaban de forma mecánica, sin comprender, en esencia, la situación del problema, aunque lo hayan resuelto casi correctamente. Conviene entonces preguntarse por la tendencia a utilizar datos directamente, por la incorporación de estrategias que reproducen de forma no reflexiva un algoritmo aprendido, por no plantearse modificaciones de actuación y no dudar del resultado obtenido.

Para realizar el trabajo nuestra hipótesis planteaba que es posible favorecer en los estudiantes el desarrollo de las acciones intelectuales de análisis, reflexión y generalización al resolver problemas de Matemática aplicando los contenidos del Cálculo Diferencial e Integral para las carreras de ingeniería, a través de la organización de una experiencia pedagógica que se define como un conjunto de acciones coordinadas entre el profesor y los estudiantes que se realizan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas de Matemática para conseguir una finalidad: contribuir a la formación de las acciones intelectuales de análisis, reflexión y generalización.

En este contexto se considera problema a una situación o dificultad prevista o espontánea, con algunos elementos desconocidos para el sujeto, pero capaz de provocar la realización de acciones sucesivas para darle solución.

### **ASPECTOS METODOLÓGICOS**

El experimento pedagógico de tipo cuasiexperimental se realizó en la variante de series de tiempo, modalidad de caso o grupo único donde se refieren aquellas situaciones en las que varias mediciones u observaciones se han obtenido antes y después de aplicar determinado tratamiento a un grupo.

De acuerdo con la secuencia de la investigación el desarrollo del proceso correspondiente a cada tema se concibe a través de un ciclo de tres fases donde se tienen en cuenta los tres momentos principales de cualquier actividad: orientación, ejecución y control (Leóntiev, 1979). Las características de estas fases son:

- **Fase de preparación.**
- **Fase de ejecución.**
- **Fase de control.**

## **FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: LA ORGANIZACIÓN DE SITUACIONES DIDÁCTICAS QUE FACILITEN LA UTILIZACIÓN DEL PENSAMIENTO ANALÍTICO, REFLEXIVO Y GENERALIZADOR DEL ESTUDIANTE.**

Por considerarse la resolución de problemas como proceso de pensamiento, se enfatiza en la actividad mental, en la cual se reconocen operaciones esenciales del pensar como el análisis, la reflexión y la generalización. A continuación se explican de manera sucinta cada una de las operaciones señaladas.

### **I. Analizar el problema.**

Esta acción se manifiesta desde el momento en que el estudiante enfrenta el problema y trata de descomponerlo en sus partes integrantes con el objetivo de identificar los datos que le aporta el enunciado, las relaciones establecidas entre los diferentes componentes de la situación planteada y, simultáneamente, determinar las interrogantes que debe responder.

### **II. Reflexionar sobre los problemas.**

En la actividad intelectual del hombre la reflexión constituye un rasgo fundamental del pensamiento teórico y metodológico. De esta forma, se considera a la reflexión como una herramienta básica para explorar la realidad, explicarla, predecirla y actuar en ella.

Estas peculiaridades conducen a que se defina a la reflexión como una acción que permite la comprensión e interpretación por el hombre de sus acciones, para esclarecer su génesis. Así, dentro de los límites del pensamiento científico-teórico,

esta génesis constituye las relaciones esenciales entre los objetos, sobre cuya base forman y resuelven problemas de algún tipo. El conocimiento del hombre del tipo de problema resuelto puede ser el indicador de que él interpreta su actuación y comprende lo que no es casual, porque es esencial (Urquijo, 1991).

### III. Generalizar los procedimientos para resolver problemas.

Con respecto a la acción de generalización, esta se desarrolla y parte de su interrelación con las acciones anteriormente abordadas, es decir, con el análisis y la reflexión. La generalización implica la diferenciación de las relaciones esenciales de la acción, de toda la diversidad de condiciones en las cuales el sujeto tiene que actuar. Así, la acción es generalizada cuando el sujeto diferencia las propiedades y relaciones esenciales de la acción de las no esenciales.

#### Caracterización del nivel de generalización.

Variable:  $R_G$

**Definición:** Relación entre el número de tareas resueltas correctamente y el número total de tareas.

#### Escalas de graduación.

Nivel.	Indicadores $R_G = \frac{\text{Tareas correctas}}{\text{Total de tareas}}$	Calidad.
I	El alumno resuelve más del 90% de la tarea aplicando correctamente las acciones para resolver problemas de Matemática ( $1,0 \geq R \geq 0,9$ ).	Muy Bien.
II	El alumno resuelve entre el 80% y 90% de la tarea aplicando correctamente la mayoría de las acciones para resolver problemas de Matemática ( $0,9 > R \geq 0,8$ ).	Bien.
III	El alumno resuelve entre el 70% y 80% de la tarea aplicando correctamente algunas de las acciones para resolver problemas de Matemática ( $0,8 > R \geq 0,7$ ).	Regular.
IV	El alumno resuelve menos del 70% de la tarea aplicando incorrectamente las acciones para resolver problemas de Matemática ( $0,7 > R \geq 0$ ).	Deficiente.

En este sentido, se considera que en el proceso de resolución de problemas

matemáticos la generalización de la acción desempeña un papel esencial en el desarrollo de la acción, ya que los estudiantes deben reconocer (a partir de la variedad de tareas concretas que se les presenten) las acciones que se realizan, cómo se realizan y el por qué deben hacerlo, mediante el establecimiento de nexos entre los diferentes problemas o condiciones específicas de las tareas, hasta alcanzar el grado de generalización de la acción previsto con la aplicación de la experiencia pedagógica.

Por tanto, durante la experiencia se prepara al estudiante para resolver los problemas más diversos. Sólo hay una forma de lograrlo: establecer procedimientos suficientemente generales al abordar las resoluciones específicas de problemas concretos, es decir, se trata de que los enfoques generales cubran una gran cantidad de casos particulares.

Además, para lograr que los estudiantes sean capaces de resolver los problemas independientemente y a su vez garantizar un adecuado nivel de generalización de la acción, es necesario se identifiquen las características estructurales más sobresalientes de las tareas. Desde un punto de vista práctico, este análisis estructural permite que se planifiquen diversas variantes en la presentación de las tareas. Pero además, un supuesto básico fundamental en todo entrenamiento para la formación de acciones intelectuales es que se transformen o transfieran las condiciones de aprendizaje de una situación a otra para garantizar así el tránsito a ejecuciones más complejas a partir de otras más simples. De ahí que se deban tener en cuenta estos argumentos para garantizar que el alumno se prepare para enfrentar las tareas más diversas.

Así se hace necesario establecer vínculos entre los conceptos, ejercicios y problemas de los diferentes temas, de forma que permitan estructurar un sistema que favorezca las relaciones entre el todo y las partes. De lo contrario, el estudiante, cuando se le enseña Matemática sólo capta elementos aislados, sin tomar en cuenta las relaciones entre éstos. Por eso resulta vital que se proporcionen a través de las tareas las condiciones que favorezcan la construcción de esquemas de generalización.

Así pues, para lograr un adecuado nivel de generalización de la acción se tuvo en cuenta que en la estructura de las tareas se presentaran las más diversas variantes combinatorias de los siguientes elementos:

a) La estructura matemática del problema: Dada por la cantidad de operaciones a

realizar y por las dificultades conceptuales que impliquen su solución.

b) La forma de estructurar el problema (oral, escrita, gráfica, etc.); considerando los siguientes aspectos:

- Condiciones bajo las cuales se ofrecen los datos (se dan todos los datos, no se da ningún dato, se dan algunos datos).
- Tipo de enunciado (abierto, cerrado, real, académico)
- Grado de conocimiento de la situación de problema (conocida, poco conocida, desconocida).
- Preguntas (al final del problema, al comienzo del problema, número de preguntas, etc.).
- También se consideró en la estructuración de la tarea: El vocabulario y la estructura de las frases del enunciado, la organización de la información, los aspectos visuales (tablas, gráficas, entre otras ilustraciones), etc.

## **RESULTADOS**

Los resultados del trabajo investigativo, los datos y apuntes registrados se explican a partir de las valoraciones sistemáticas realizadas por los autores a través de la evaluación de un conjunto de variables o indicadores de progreso, que ofrecen una visión del proceso de formación y desarrollo de las acciones de análisis, reflexión y generalización al resolver problemas de Matemática en los estudiantes durante el transcurso de la experiencia pedagógica.

En relación con lo anterior, se decide que este control no lo ejerza solo el docente, como tradicionalmente se ha hecho, sino darle al alumno una participación activa en el proceso de evaluación, a través de la consideración crítica del propio trabajo realizado o del de sus compañeros, de manera que el docente ofrezca la información oportuna y realice las correcciones necesarias en las tareas, solo cuando los estudiantes no puedan hacerlo por sí mismos.

Con respecto a la validación estadística de los datos experimentales, en esta investigación, dadas las características de la hipótesis formulada y el objetivo trazado, se requiere del procesamiento estadístico de los datos obtenidos para confirmar si con la aplicación de la experiencia pedagógica se favorece en los estudiantes el desarrollo de las acciones de análisis, reflexión y generalización al resolver problemas de Matemática.

Estos factores, entre otros que se explican nos inclinan por la selección de la prueba estadística no paramétrica de MacNemar para comprobar la hipótesis. Para ello se utilizó el Paquete de Técnicas Estadísticas Computarizadas SPSS.

Esta prueba para la significación de los cambios observados se aplica para valorar la efectividad de un tratamiento particular, resultando apropiada para los diseños de “antes” y “después” en los que cada persona es usada como su propio control. En este punto, para probar la significación de cualquier cambio a través de este método estadístico, se ordenaron las frecuencias observadas que representan al primer y último conjunto de respuestas de los mismos individuos. Por tanto, de acuerdo con el análisis de los resultados de las pruebas realizadas durante el transcurso de la experiencia que nos permitieron establecer su estado inicial y final, se categorizaron los desempeños de los estudiantes a partir de las siguientes características:

- Estudiantes que disminuyeron significativamente sus dificultades al resolver problemas demostrando un nivel de apropiación **muy** satisfactorio de las acciones.
- Estudiantes que al inicio del estudio presentan grandes dificultades y lo concluyen en una situación similar.
- Estudiantes que mantienen un desempeño satisfactorio durante todo el desarrollo de la experiencia.
- Estudiantes que inicialmente mostraron satisfactorios resultados y posteriormente presentaron dificultades.

Otros resultados a modo de síntesis se presentan en los siguientes puntos:

- El análisis del desempeño de los estudiantes muestra, en un inicio, que sus resoluciones son esencialmente reproducciones mecánico-memorísticas de procedimientos aprendidos. Sus características principales son: tendencia a la utilización directa de los datos sin un suficiente análisis de la situación planteada en el texto del problema, dificultades para elaborar estrategias previas a la resolución, desconocimiento de las acciones generales para la resolución de problemas y tendencia a valorar el resultado final más que el proceso de resolución, entre otras.
- Existe un desarrollo progresivo ascendente en la apropiación de las acciones estudiadas en los grupos experimentales a través de cada una de las actividades, lo cual es índice de la influencia favorable del sistema de condiciones



pedagógicas organizadas para desarrollar la investigación.

- La apropiación del sistema de acciones se comportó sin dificultades entre los grupos.
- Con relación al nivel de generalización, de los 105 estudiantes que constituyeron la muestra de la investigación, 32 estudiantes se ubican en la categoría de muy bien, 42 en la de bien, 19 en la de regular y 12 en la de deficiente, lo que representa un 30.47 %, 40 %, 18.09 % y 11.42 % respectivamente de estudiantes ubicados en los niveles considerados.
- Los estudiantes se manifestaron muy favorablemente con respecto a la propuesta metodológica experimentada en comparación con la metodología a que estaban habituados ya que consideraron que la misma les permitió explorar y darse cuenta de sus potencialidades individuales.
- Los profesores valoraron positivamente la experiencia pedagógica, manifestando que la misma ofrece una alternativa viable para orientar la enseñanza de la resolución de problemas de Matemática.

## **CONCLUSIONES**

Los resultados alcanzados con esta investigación permiten plantear las siguientes conclusiones:

- La constatación del grado de apropiación de las acciones intelectuales de análisis, reflexión y generalización al resolver problemas de Matemática reveló inicialmente que en los estudiantes investigados pertenecientes a diferentes carreras existía un insuficiente nivel de desarrollo de estas acciones.
- El proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas de Matemática, constituye un campo de operaciones privilegiado para la tarea de desarrollar formas de pensamiento eficaces, a manera de que los educandos desarrollen procedimientos generales de razonamiento y aprendan a pensar en un nivel productivo-aplicativo; a razonar frente a los problemas.
- El sistema de tareas se elabora considerando preparar al estudiante para resolver los problemas más diversos y de esta forma establecer procedimientos generales al abordar las resoluciones específicas de problemas concretos, es decir, se trata de que los enfoques generales de las resoluciones cubran una considerable cantidad de casos particulares.
- Se constató que con la aplicación de la experiencia pedagógica se favoreció el

acceso de la mayoría de los estudiantes a un nivel superior de generalización de la acción en el proceso de resolución de los problemas de Matemática.

- La experiencia pedagógica realizada con estudiantes de ingeniería de primer año en el Instituto Tecnológico Superior de Poza Rica, estado de Veracruz, México, en el contexto de la escuela superior mexicana actual, constituye una alternativa válida para desarrollar en los estudiantes las acciones intelectuales de análisis, reflexión y generalización al resolver problemas de Matemática.

## **BIBLIOGRAFÍA**

**Canfux, V.** (2001): *La formación psicopedagógica y su influencia en el desarrollo de cualidades del pensamiento del profesor*. La Habana: Tesis de doctorado.

**Colás M.P. y L. Buendía** (1992): *Investigación Educativa*. Sevilla: Alfar.

**Davíдов, V.V.** (1981): *Tipos de generalización en la enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación,

**Galperin, P. Ya.** (1986): *Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales*. En: *Antología de la Psicología Pedagógica y de las Edades*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, pp. 114-118.

**Labarrere, A.F.** (1996): *Pensamiento. Análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

**Leóntiev, A.N.** (1979): *La actividad en la Psicología*. La Habana: Editorial de Libros para la Educación.

**Mason, J. et al.** (1989): *Pensar matemáticamente*. España: Editorial Labor.

**Polya, G.** (1989): *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

**Schoenfeld, A. H.** (1985): *Mathematical Problems Solving*. Academic Press.

**Talízina, N.** (1985): *Conferencias sobre: Los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior*. Universidad de La Habana: DEPES.

**Urquijo, P.** (1991): *Estudio de la formación de las acciones intelectuales de análisis, reflexión y generalización durante la enseñanza de las prácticas de laboratorio de Química General en estudiantes Universitarios*. La Habana: Tesis de Doctorado.

**Vigostky, L.S.** (1982): *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

**Vigostky, L.S.** (1987): *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico Técnica.