

Convertidores de potencia como sistemas dinámicos híbridos

Julio Andelfo Flórez Vargas

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia, julio.florez@correo.uis.edu.co

Ricardo Alzate Castaño

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Santander, Colombia, ralzatec@uis.edu.co

ABSTRACT

This work shows a dynamical system model using an approach of hybrid dynamics. A general definition of hybrid systems was done and then it was particularised in two cases: a mechanical system Bouncing-ball type and a power electric circuit converter Buck type. We showed that the model was effective for predicting the circuit's dynamic performance when the numerical simulation of the hybrid model proposed was compared with the results of a commercial tool. In conclusion, our approach shows a potentially useful tool in the analysis and control of engineering's systems.

Keywords: Bouncing-ball, Power converter, Hybrid dynamics, System modeling.

RESUMEN

El presente artículo muestra el modelado de sistemas dinámicos mediante el enfoque de dinámicas híbridadas. Se realizó una definición general de los sistemas híbridos y se particularizó en dos casos de ejemplo: un sistema mecánico del tipo *Bouncing-ball* y un circuito eléctrico convertidor de potencia tipo *Buck*. Como resultado principal se muestra a través de la comparación entre simulación numérica del modelo híbrido propuesto y los resultados de una herramienta comercial, la efectividad del modelo para predecir el comportamiento dinámico del circuito. El enfoque propuesto representa una herramienta potencialmente útil para el análisis y control de los sistemas de ingeniería.

Palabras claves: Bouncing-ball, Convertidor de potencia, Dinámicas híbridadas, Modelado de sistemas.

1. INTRODUCCIÓN

En el estudio de los sistemas de ingeniería se hace necesario emplear modelos que describan de manera suficientemente aproximada los fenómenos físicos que rigen el comportamiento del sistema bajo análisis. Sin embargo, debido a que varios de estos fenómenos describen comportamientos tanto lineales como no lineales, y muchas veces lineales a tramos, se ha requerido de una matemática incrementalmente vasta para lograr representarlos, implicando el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales (Öktem, 2005). Cabe añadir que además del comportamiento no lineal, estos sistemas pueden presentar discontinuidades no deseadas en el flujo dinámico, típicamente producto de: colisiones, cambio de un medio a otro y variaciones en parámetros de diseño (Leine, 2000). Estos saltos en la dinámica acarrear desde un aumento en el orden de las ecuaciones diferenciales del modelado matemático representativo, hasta una imposibilidad en la construcción del modelo (Sanfelice, 2008). Esta característica discontinua en la dinámica se puede observar en sistemas mecánicos de colisión de masas (*Bouncing-ball* (Kanso y Papadopoulos, 2004)), sistemas eléctricos (*Power converters* (Saito et al., 2007)) y sistemas biológicos (*Flashing fireflies* (Bartocci et al., 2009)) entre otros.

Para abordar el modelado de este tipo especial de sistemas dinámicos, desde hace algunas décadas la comunidad científica se ha venido interesando en el enfoque híbrido, el cual combina características de sistemas de tiempo

continuo y discreto (Van Der Schaft y Schumacher, 1998). La representación general de este tipo de sistemas se puede visualizar de manera estructural, como un conjunto de subespacios dinámicos que pueden ser continuos entre sí, delimitados por una serie de leyes y restricciones de la realidad actuando como condiciones de frontera, e intercomunicados a través de una lógica decisoria discreta que determina el comportamiento dinámico regente (Wilczkowiak et al., 2003). Es importante destacar, que una mejor abstracción de la realidad en el modelo, se logra cuando entre sus restricciones queda implícita la concepción de la conservación de la energía y la definición de estabilidad de Lyapunov-Krasovsky (Branicky, 1994).

La construcción matemática del modelado híbrido de los sistemas dinámicos, se realiza a través de inclusiones diferenciales, ecuaciones diferenciales, mapas de flujo y transiciones (Goebel et al., 2010); donde conceptos del álgebra con conjuntos, y espacios vectoriales continuos y discretos, desempeñan un papel esencial en marco a establecer una comprensión global del fenómeno a tratar.

Es evidente que entre las grandes ventajas que ofrece la topología híbrida, se encuentra la ductilidad para representar un sin número de sistemas dinámicos, abarcando entre otros, sistemas biológicos y de ingeniería, con un bajo costo en el orden de la matemática necesaria para construir el modelo, repercutiendo en un mayor entendimiento del proceso. Cabe resaltar que un cambio de enfoque mediante ruptura de paradigmas, donde se enfatiza que la representación de sistemas dinámicos sólo es realizable a través de una definición estándar en el tiempo, se hace necesaria para lograr una concepción híbrida en el tiempo (Goebel et al., 2009). Últimamente se ha mostrado interés en este tipo de configuraciones por parte de investigadores en las áreas del control automático, ciencias de la computación, control realimentado y sistemas dinámicos, para construir sus modelos y buscar soluciones a problemas específicos. Actualmente se encuentran trabajos en el ámbito de la ingeniería eléctrica y mecánica, donde un enfoque híbrido es empleado para construir el modelo general del sistema (Alur et al., 1999). Particularmente este escrito se centrará en la importancia de representar sistemas en el campo de la ingeniería eléctrica, tomando como ejemplo el convertidor de potencia reductor tipo *Buck* (Rashid, 1993), mostrando su desempeño a nivel de simulación cuando éste cambia abruptamente entre 2 modelos dinámicos distintos, por medio de una ley de transición discreta. Para resumir, este artículo se desarrollará en 3 etapas correlacionadas, donde se tratará de exponer la importancia de abordar la formulación híbrida para representar sistemas dinámicos de naturaleza compleja. En la sección 2 se comenzará por definir la matemática de un sistema dinámico híbrido como la combinación de dinámicas en tiempo continuo con reglas de transición discretas. En la sección 3, se realizará el modelado y simulación del rebote de una pelota sobre una superficie rígida como sistema híbrido de impacto. Por último en la sección 4 se mostrará el efecto del esquema híbrido en el ámbito energético, a través del diseño y simulación de un convertidor de potencia tipo *Buck* con la finalidad de mantener una señal de salida regulada a $12[V_{DC}]$.

2. SISTEMAS HÍBRIDOS

Los sistemas dinámicos híbridos (SDH) son la colección de sistemas dinámicos continuos, sistemas dinámicos discretos, estados continuos, estados discretos, lógicas de transición y frecuentemente discontinuidades (Goebel et al., 2010). La descripción matemática de los SDH se puede realizar tanto a través de las redes de Petri (Gotesman y Lopez, 1996) como a través de la definición de autómatas (Nishikawa y Gohara, 2003).

En cuanto a su modelado, un SDH consta básicamente de un conjunto de ecuaciones diferenciales (describiendo la dinámica continua), complementadas por un sistema decisorio a partir de una lógica predeterminada. Este tipo de sistemas tiene típicamente un comportamiento dinámico continuo por regiones y discontinuo por las transiciones realizadas entre los diferentes dominios del espacio de estados, a través de una lógica de símbolos propia de una dinámica discreta.

Consideremos la formulación de un SDH a partir de la representación matemática dada por (1) y (2), donde y son las salidas, x el vector de variables de estado, f es una función continua del estado no necesariamente lineal, g es una función discreta del estado no necesariamente lineal y u corresponde con las entradas admisibles del sistema (Goebel et al., 2009).

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1)$$

$$y = g(x, u) \quad (2)$$

A raíz de esto se puede definir un SDH por ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias tal como lo indican (3) y (4)

$$x \in C \mid \dot{x} \in f(x) \quad (3)$$

$$x \in D \mid x^+ \in g(x), \quad (4)$$

donde se parte el espacio en una región de posibles estados continuos C y una región de posibles estados discretos D . Aquí x^+ representa el conjunto de estados discretos tomados del conjunto D como producto de un cambio abrupto (discontinuidades) en la dinámica del sistema, mientras que \dot{x} se conserva como la representación de la dinámica continua. La transición entre dinámicas continuas del sistema se realiza típicamente a través de una entidad de decisión, que registra los estados por observación y realiza la selección del modo de operación más adecuado para el sistema.

En la Figura 1 se observa un diagrama de transición entre las dinámicas continuas: $f_1(x, u)$ y $f_2(x, u)$, donde la transición se realiza en base a las lecturas de los estados dinámicos de $x \in \mathbb{R}^2$. Este mapa muestra claramente al SDH como la representación de un sistema continuo con comportamientos dinámicos distintos, seleccionados a través de una ley de transición discreta dependiente de los parámetros de diseño a_1 y a_2 .

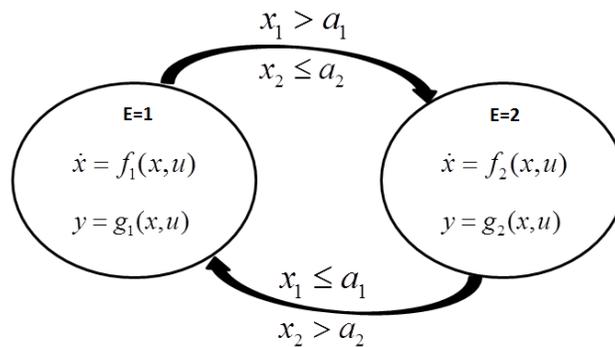


Figura 1. Diagrama de transición de estados

Representaciones como la anterior sugieren esquemas alternativos para descomponer un sistema completo en zonas particulares de operación, con la finalidad de reducir la complejidad del modelado (Ly y Lipson, 2012). Esta simplicidad en el modelado lleva encadenada una simplicidad en estrategias de control asociadas, en caso que se requiera mantener condiciones deseadas en su dinámica. Adicionalmente, una representación híbrida conlleva consideraciones de tipo práctico para delimitar regiones admisibles en la operación de un sistema por fenómenos como saturación, bandas muertas o restricciones espaciales en desplazamientos de masas (Heemels et al., 2010). Este último caso será ejemplificado en la sección siguiente.

3. APLICACIÓN HÍBRIDA: PELOTA QUE REBOTA

Como un ejemplo de aplicación de los sistemas dinámicos híbridos SDH, se puede considerar el rebote vertical de una pelota sobre una superficie rígida. Este sistema se puede modelar por dos dinámicas complementarias, una continua y otra discreta. Se tendrá en cuenta que la dinámica continua demarca la trayectoria comprendida desde el momento en que la pelota se mantiene en el aire, mientras que por otro lado una dinámica discreta representa los instantes en los cuales la pelota toca el suelo (Cai et al., 2007).

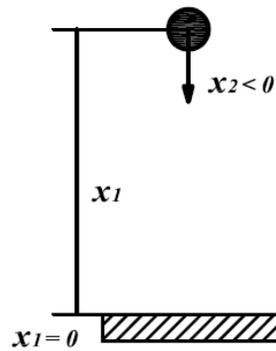


Figura 2. Pelota en caída libre

En la Figura 2, se muestra la representación física del sistema “pelota que rebota” descrito por dos variables de estado, donde x_1 representa la altura que alcanza la pelota con respecto al suelo y x_2 su velocidad vertical. Dado que este sistema puede ser descrito por dos variables de estado, es intuitivo pensar que la dinámica del sistema se traza bajo un espacio de dimensión R^2 . Bajo esta premisa se definen las dinámicas continuas del sistema para el caso en el que la pelota se encuentra en caída libre como sigue:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a,\end{aligned}$$

siendo a la constante de aceleración gravitacional. Habiendo realizado la definición previa de los estados, se pasa a construir el modelo de la dinámica continua del sistema $f(x)$ donde x representa el vector de estados, y cuya trayectoria está contenida en un espacio vectorial $S_c \subset R^2$ limitada por el estado en el cual la posición es diferente de cero, es decir, siempre y cuando no exista colisión con el suelo. Esto se puede observar en la siguiente expresión:

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -a \end{bmatrix}, \quad S_c = \{x \in R^2 \mid x_1 > 0\}. \quad (5)$$

De otro lado se realiza la construcción del modelo de la dinámica discreta del sistema $g(x)$, correspondiente a los momentos en los cuales la pelota golpea el suelo y existe un cambio instantáneo en el sentido de la velocidad. Los valores de esta trayectoria están contenidos en el espacio vectorial discreto $S_d \subset R^2$ limitado por la pareja de estados en los cuales la posición es cero, es decir, existe colisión con el suelo, y la velocidad es menor que cero (dinámica discreta justo antes del salto).

Para este caso en particular se hace necesario observar la altura representada por x_1 y la velocidad x_2 . Cuando la pelota golpea el suelo con una velocidad determinada por x_2 , dependiendo del valor del coeficiente de restitución k se puede obtener: una colisión perfectamente elástica ($k = 1$), totalmente inelástica ($k = 0$) y semielástica ($0 < k < 1$). Bajo estas premisas se sobreentiende que para el caso en que $k = 1$ no existirá pérdida energética tras el impacto y la pelota tenderá a rebotar alcanzado la altura máxima durante cada salto.

Por otro lado, cuando $k = 0$ el comportamiento dinámico estará descrito por un único vuelo, debido a que cuando la pelota impacte contra el suelo toda su energía potencial será absorbida durante la colisión.

$$g(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ -kx_2 \end{bmatrix}, \quad S_d = \{x \in R^2 \mid x_1 = 0, x_2 < 0\} \quad (6)$$

En esta instancia se alcanza a observar el comportamiento híbrido del sistema “pelota que rebota”, como un modelo resultante de la mezcla de dos comportamientos dinámicos de distinta naturaleza (uno continuo y otro discreto), con transición entre ellos a través de condiciones de frontera específicas. Este concepto se puede aclarar con ayuda de la Figura 3, donde se observa el rebote de la pelota con pérdidas energéticas durante cada colisión, dado un coeficiente de restitución $k = 0.8$.

Otra perspectiva para observar el comportamiento de los sistemas dinámicos está dada por la representación en diagrama de fase, la cual ofrece una visión general a través de la transición entre los estados. Un diagrama de fase constituye una gráfica cuyos ejes son los estados del sistema, dejando implícita la información temporal a través de la evolución de la trayectoria.

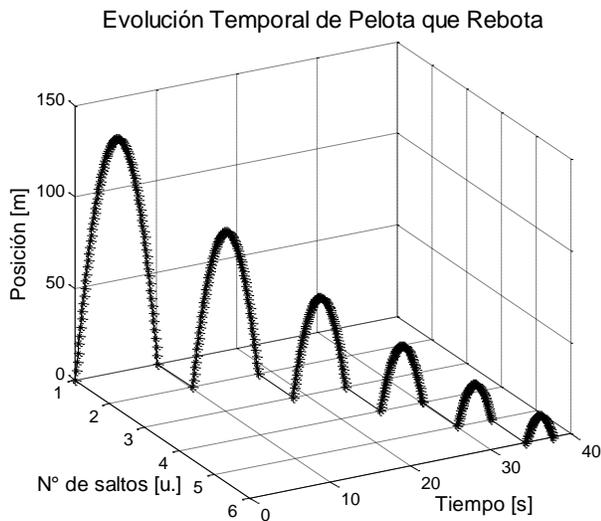


Figura 3. Evolución en el tiempo

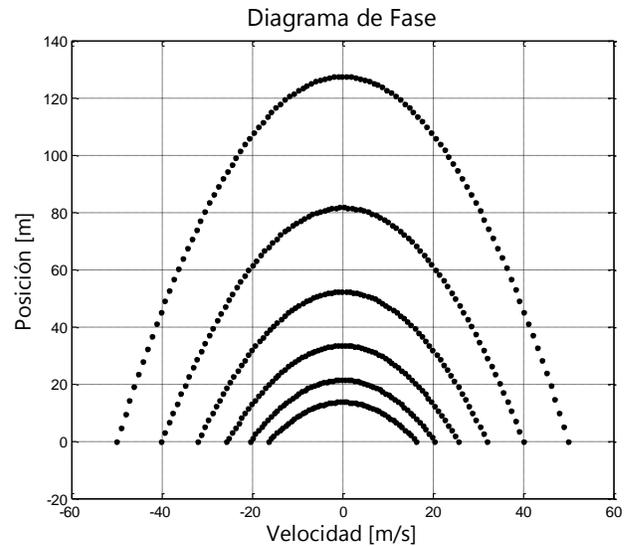


Figura 4. Diagrama de fase

En la Figura 4 se observa un diagrama de fase para el caso en estudio, a partir del cual es posible observar una discontinuidad en el eje horizontal ocasionada por el cambio instantáneo de velocidad en el rebote, manteniendo invariante en dicho instante la posición de la partícula. Nótese también que posterior a cada rebote se reduce la amplitud del desplazamiento (eje vertical) debido a la disipación introducida por el coeficiente de restitución k .

En resumen, se puede observar en el ejemplo de aplicación que un sistema físico con discontinuidades en su comportamiento dinámico puede llegar a ser fácilmente descrito a través de un esquema híbrido en el cual, las dinámicas continuas interactúan con reglas discretas representadas en este caso por la colisión de la masa con la superficie.

4. CONVERTIDORES DE POTENCIA COMO APLICACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS HÍBRIDOS

Como caso de aplicación en sistemas eléctricos se tiene el convertidor de potencia tipo *Buck DC-DC* mostrado en la Figura 5, que a pesar de contar con elementos no lineales como el diodo rectificador, puede tener una representación matemática sencilla a través de una formulación híbrida, en donde su dinámica continua cambia de una región de operación a otra por una ley de conmutación dada sobre el interruptor S .

El modelado matemático completo de este sistema se realiza considerando dos estados dinámicos continuos, que considera dos topologías distintas, cuando $S=1$ y cuando $S=0$. En la Figura 6 se muestra el diagrama circuital del convertidor cuando $S=1$, donde se observa que la fuente de alimentación V_s suministra energía a los elementos pasivos del circuito.

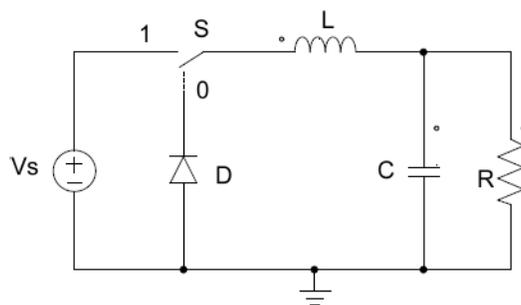


Figura 5. Convertidor Buck DC-DC

Aplicando la LVK (ley de voltajes de Kirchhoff) en el circuito anterior se tiene la ecuación de malla descrita en (7)

$$V_L = V_s - V_o = L \frac{di_L}{dt}, \quad (7)$$

donde V_L y V_o representan la caída de tensión en la inductancia y el capacitor de manera respectiva.

Además es evidente que tanto el capacitor como el resistor comparten la misma tensión V_o . Adicionalmente aplicando la LCK (ley de corrientes de Kirchhoff) en la topología previa se tiene la ecuación de nodo descrita en (8)

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L - \frac{V_o}{R}. \quad (8)$$

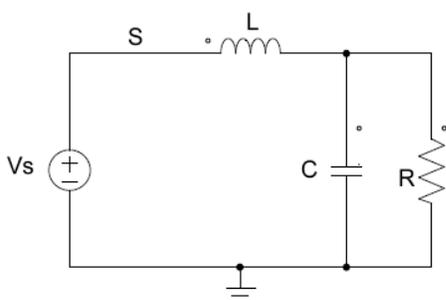


Figura 6. Convertidor Buck: S=1

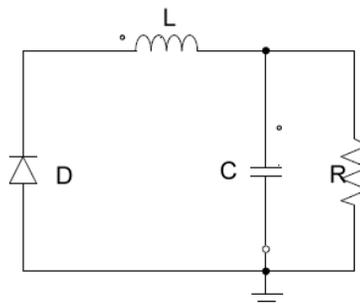


Figura 7. Convertidor Buck: S=0

De otro lado, la Figura 7 muestra el diagrama circuital del convertidor para el caso en que $S=0$, donde se observa que la fuente de alimentación V_s queda aislada del resto del circuito, mientras que el diodo D se encuentra en marcha libre y la energía almacenada en la inductancia L y el capacitor C se disipa a través del resistor de carga R .

Para lograr abstraer el modelado matemático de la Figura 7, se hace necesario fraccionarlo en dos sub-topologías; en la Figura 8 se muestra el caso cuando el diodo se encuentra en marcha libre al estar polarizado en directa y la corriente en la inductancia $i_L > 0$, mientras que en la Figura 9 se observa el caso en que la corriente de la inductancia $i_L \leq 0$ provocando que el diodo se abra al estar polarizado en inversa.

Aplicando la LVK (ley de voltajes de Kirchhoff) en el circuito de la Figura 8 se tiene la ecuación de malla descrita en (9)

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} = -V_C = -V_o. \quad (9)$$

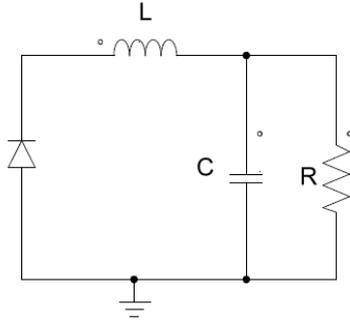


Figura 8. Convertidor Buck: $S=0, i_L > 0$

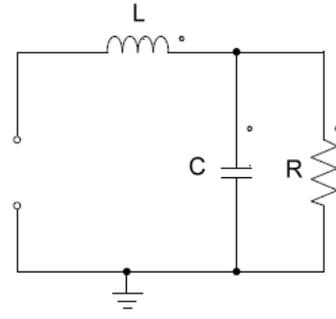


Figura 9. Convertidor Buck: $S=0, i_L \leq 0$

Asimismo, mediante LCK (ley de corrientes de Kirchhoff) en la primera sub-topología se tiene la ecuación de nodo descrita en (10)

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L - \frac{V_C}{R}. \quad (10)$$

De otro lado aplicando la LVK (ley de voltajes de Kirchhoff) en el circuito de la Figura 9, se tiene la ecuación de malla descrita en (11)

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} = V_C. \quad (11)$$

Luego, mediante LCK (ley de corrientes de Kirchhoff) en la segunda sub-topología se tiene la ecuación de nodo descrita en (12)

$$C \frac{dV_C}{dt} = \frac{V_C}{R}. \quad (12)$$

Ahora bien, definiendo como variables de estado del sistema:

$$\begin{aligned} x_1 &= i_L \\ x_2 &= V_C \end{aligned}$$

las ecuaciones (7)-(12) se pueden reescribir como se ilustra a partir de (13) para $S=1$ y (14) para las sub-topologías cuando $S=0$.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 + \frac{V_S}{L} \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{Si } x_1 > 0, \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -\frac{1}{L}x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 \end{array} \right\}; \quad \text{y si } x_1 \leq 0, \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \frac{1}{L}x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{RC}x_2 \end{array} \right\}. \quad (14)$$

Obsérvese que, en este caso particular la dinámica discreta puede ser representada por un valor binario de la variable S , donde dependiendo de su valor $\{0,1\}$ y la variable x_1 , el sistema general va a tener un comportamiento

dinámico distinto. Por tanto, la representación del convertidor de potencia tipo *Buck DC-DC* como sistema híbrido está dada por (15).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{x_2}{L} \text{sign}(x_1) + \frac{V_s}{L} S \\ \dot{x}_2 &= 0.5 \frac{x_1}{C} (1 + \text{sign}(x_1)) - \frac{x_2}{RC} \text{sign}(x_1) \end{aligned} \quad (15)$$

De esta manera, se constituye la interacción de las dinámicas continuas dadas por las leyes de la teoría general de circuitos y, las condiciones operativas de carácter discreto dadas por *S* y la función signo en (15), que permite aproximar el comportamiento del sistema a través de simulaciones numéricas desarrolladas en MATLAB®. En la Figura 10 se observa la dinámica de la tensión en el capacitor *C*, mientras que la Figura 11 muestra la evolución en el tiempo de la corriente que pasa a través de la inductancia *L*.

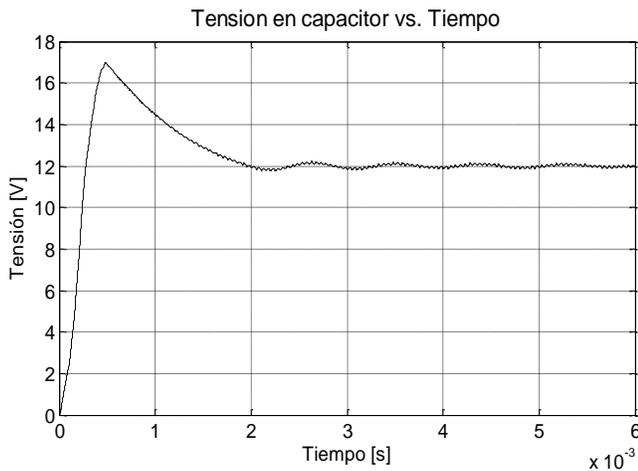


Figura 10. Tensión en capacitor (MATLAB)

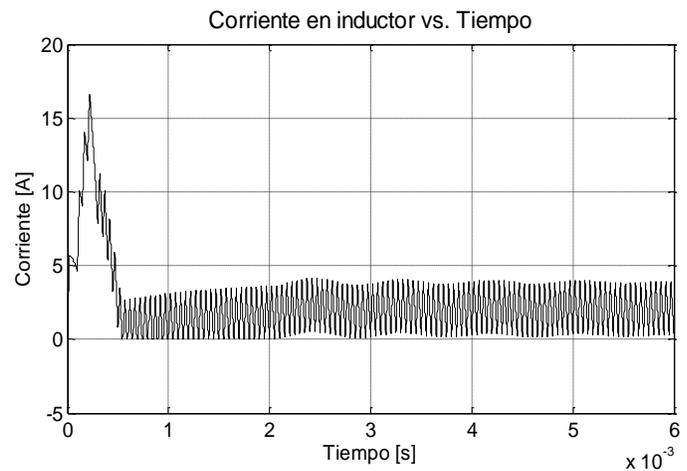


Figura 11. Corriente en inductor (MATLAB)

Asimismo, la Figura 12 presenta el diagrama de fase del circuito convertidor de potencia visto como sistema híbrido, semejante al fenómeno observado en la Figura 4. En esta gráfica se ilustra la convergencia de la tensión en el capacitor hacia un valor deseado de $V_o = 12 [V_{DC}]$ partiendo de condiciones iniciales iguales a cero, sin restricciones en los valores de corriente.

Finalmente, a manera de comparación con los resultados analíticos y numéricos presentados para el modelo del convertidor, las Figuras 13-15 presentan simulaciones equivalentes a las Figuras 10-12, desarrolladas en una herramienta comercial CAD para análisis de circuitos (OrCAD- CADENCE®). De las mismas es posible notar la similitud de las curvas, verificando las predicciones obtenidas con el modelo propuesto. Lo anterior muestra la efectividad de modelar convertidores de potencia a partir del enfoque híbrido, mediante una transición entre estados dinámicos continuos distintos a través de dinámicas discretas, con base en observaciones del sistema.

La determinación de los parámetros circuitales empleados en las simulaciones ha sido tomada en base a (Mohan et al., 2009) y fueron calculados para el caso específico en que se desea mantener una señal constante de $V_o = 12 [V_{DC}]$ a la salida del convertidor, ante una entrada de $V_s = 30 [V_{DC}]$, cuando la resistencia de carga es $R = 5.76 [\Omega]$ y f la frecuencia de conmutación de la señal PWM se fija a $20 [kHz]$. A partir de lo anterior, se estableció que la inductancia y capacitancia mínima capaces cumplir los requerimientos de diseño son $L_{min} = 86.4 [\mu H]$ y $C = 187.5 [\mu F]$ respectivamente. Para fines prácticos se optó por elegir $L = 100 [\mu H]$ y $C = 200 [\mu F]$.

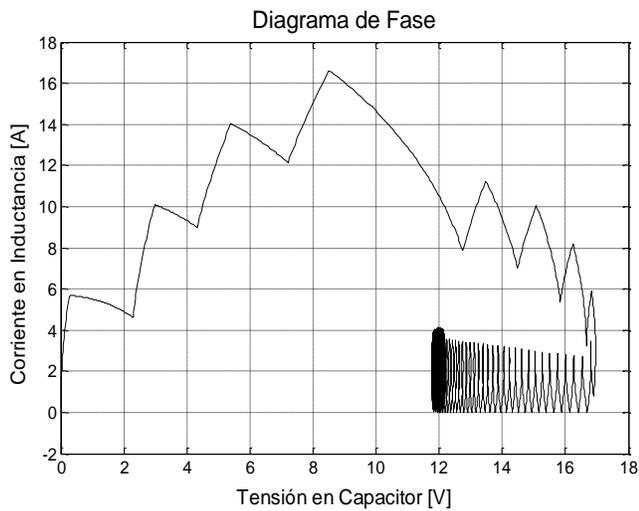


Figura 12. Tensión vs. Corriente (MATLAB)

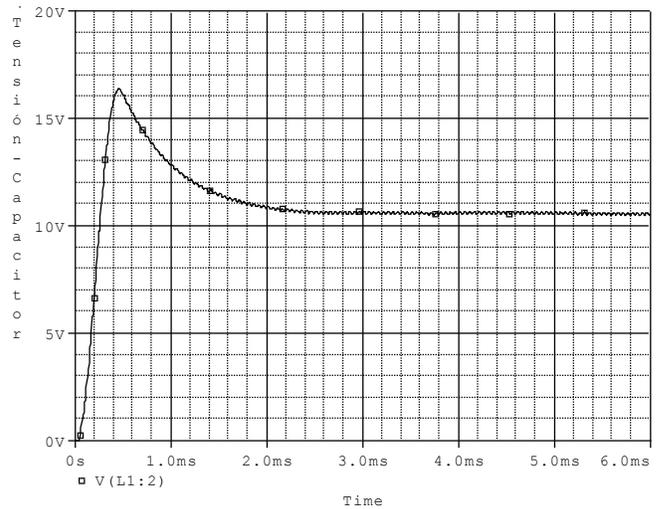


Figura 13. Tensión en capacitor (OrCAD)

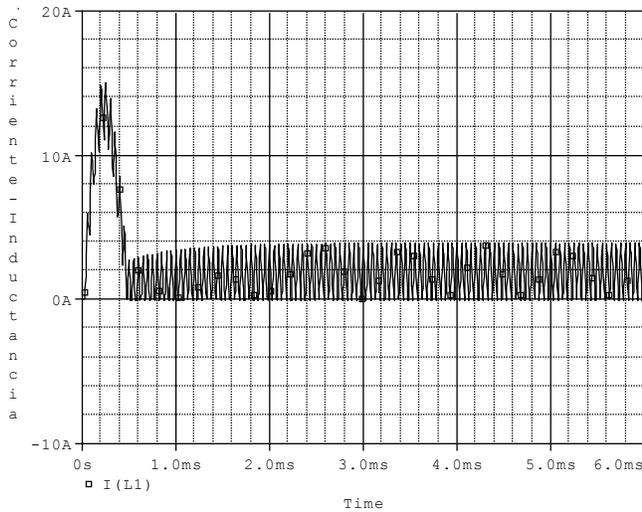


Figura 14. Corriente en inductor (OrCAD)

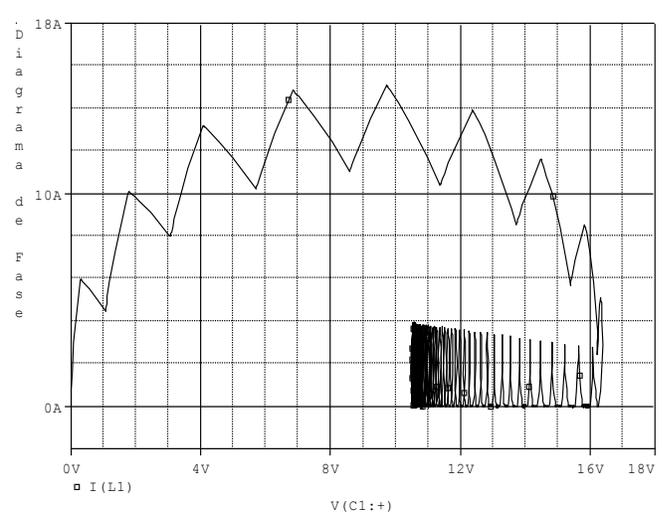


Figura 15. Tensión vs. Corriente (OrCAD)

5. CONCLUSIONES

Mediante el enfoque híbrido es posible representar de forma sencilla sistemas con discontinuidades en su dinámica, como se formalizó en el caso aplicado de la pelota que rebota en una superficie rígida analizado en la sección 3.

Los convertidores de potencia, como se observó en el caso de aplicación en ingeniería eléctrica mostrado en la sección 4, pueden ser descritos de forma sencilla por la formulación de sistemas dinámicos híbridos, estableciendo estados discretos del comportamiento dinámico, donde la transición entre estos obedece una regla booleana.

Los resultados de simulación para el modelo propuesto del circuito convertidor de potencia fueron contrastados con un simulador comercial, verificando la efectividad de las predicciones respecto a la dinámica del sistema obtenidas con el enfoque híbrido.

La descripción de sistemas físicos mediante un enfoque dinámico híbrido, se presenta como una alternativa para representar sistemas dinámicos con complejidad en su modelado, independiente del origen del sistema según su área de conocimiento.

6. REFERENCIAS

- Alur, R., J. Esposito, et al. (1999). *Formal Modeling and Analysis of Hybrid Systems: A Case Study in Multi-robot Coordination*. FM'99 — Formal Methods. J. Wing, J. Woodcock and J. Davies, Springer Berlin Heidelberg, 1708: 212-232.
- Bartocci, E., F. Corradini, et al. (2009). "Model Checking Biological Oscillators." *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* 229(1): 41-58.
- Branicky M. S., *Stability of Switched and Hybrid Systems*. In: Proc. 3-rd IEEE CDC, 1994, pp. 3498-3503.
- Cai, Chaohong; Rafal, G.; Sanfelice, R.G.; Teel, A.R., "Hybrid Dynamical Systems: Robust Stability and Control," Control Conference, 2007. CCC 2007. Chinese, vol., no., pp.29,36, July 26 2007-June 31 2007.
- Daniel L. Ly; H. Lipson. (2012). "Learning Symbolic Representations of Hybrid Dynamical Systems", *The Journal of Machine Learning Research* Volume 13(Issue 1): Pages 3585-3618.
- E. Kansa and P. Papadopoulos, *Dynamics of pseudo-rigid ball impact on rigid foundation*, *Int. J. Non-Linear Mechanics*, 39, 2004, pp. 299±309.
- Goebel, R.; Sanfelice, R.G.; Teel, A.R., "Hybrid dynamical systems," *Control Systems, IEEE* , vol.29, no.2, pp.28,93, April 2009.
- Gotesman, M.; Lopez-Benitez, N., "Petri net-based modeling of hybrid dynamic systems", *Emerging Technologies and Factory Automation, 1996. EFTA '96. Proceedings, 1996 IEEE Conference on*, vol.2, no., pp.553, 559 vol.2, 18-21 Nov 1996.
- H. Öktem, *A survey on piecewise-linear models of regulatory dynamical systems*, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, Volume 63, Issue 3, 1 November 2005, Pages 336-349, ISSN 0362-546X.
- Marta Wilczkowiak , Gilles Trombettoni , Christophe Jermann , Peter Sturm , Edmond Boyer, Scene. *Modeling Based on Constraint System Decomposition Techniques*, *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision*, p.1004, October 13-16, 2003.
- M. H. RASHID. *Electrónica de potencia. Circuitos, dispositivos y aplicaciones*, México, Prentice Hall Hispanoamericana S.A., 1993.
- Ned Mohan, T. U., William Robbins (2009). *ELECTRÓNICA DE POTENCIA: Convertidores, aplicaciones y diseño*. McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A. de C.V.
- Nishikawa, J.; Gohara, Kazutoshi, "A hybrid dynamical system as an automaton on the fractal set," *Neural Networks*, 2003. *Proceedings of the International Joint Conference on* , vol.2, no., pp.825,830 vol.2, 20-24 July 2003.
- Ricardo G. Sanfelice, Rafal Goebel and Andrew R. Teel (2008). *Generalized solutions to hybrid dynamical systems*. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 14, pp 699-724. doi:10.1051/cocv:2008008.
- R. Goebel, R. G. Sanfelice, and A. R. Teel. *Hybrid Dynamical Systems: Modeling, Stability, and Robustness*. Accepted for Publication in Princeton University Press, 2010.
- R. I. Leine. *Bifurcations in Discontinuous Mechanical Systems of Filippov – Type*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2000.
- T. Saito , T. Kabe , Y. Ishikawa , Y. Matsuoka and H. Torikai. "Piecewise constant switched dynamical systems in power electronics", *Int. J. Bifur. Chaos*, vol. 17, no. 10, pp.3373 -3386 2007.
- Van Der Schaft, A.J.; Schumacher, J.M., "Complementarity modeling of hybrid systems" *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol.43, no.4, pp.483, 490, Apr 1998.
- W. P. M. H. Heemels, B. De Schutter, J. Lunze, and M. Lazar. "Stability analysis and controller synthesis for hybrid dynamical systems." *Phil. Trans. R. Soc. A* November 13, 2010 368 1930 4937-4960.

Authorization and Disclaimer

Authors authorize LACCEI to publish the paper in the conference proceedings. Neither LACCEI nor the editors are responsible either for the content or for the implications of what is expressed in the paper.