

Mathematical Model for the Optimization of the VRP of a Heterogeneous Fixed Fleet with Time Windows

HFFCVRPTW

Kleber F. Barcia, Ph.D.¹, Jennifer E. Arévalo, Mgter.², Víctor H. González, Ph.D.¹

¹Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, kbarcia@espol.edu.ec, vgonzal@espol.edu.ec

²Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, jenniferarevaloquimi@gmail.com

Abstract— The company, object of study, is dedicated to the commercialization of products for the welfare in the home, classified in: white line, electronics, audio and video, communication and technology, furniture, among others, they can be found in local and foreign stores at the location of the distribution center, their supply lead time is 1 and 3 days respectively, with the aim of satisfying the market segment of each warehouse according to its location. The company wants to minimize its transportation costs without affecting replenishments to the warehouses by making use of the available vehicles, while at the same time wanting to comply with the time schedules of each point of sale. Initially, the company did not have a system that can facilitate the proper way of routing to fulfill its purpose; for this reason, this project focuses on the study of the vehicle routing problem of a heterogeneous fixed fleet with its main constraints that are the time windows and the capacities denoted as a HFFCVRPTW. A mathematical model was developed that establishes a set of optimal routes at minimum cost, assigning the vehicles according to their capacity in each cluster that is formed and complying with the time windows of each sales store.

Keywords— HFFCVRPTW, heterogeneous fixed fleet, mathematical model.

Digital Object Identifier (DOI):

<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2019.1.1.108>

ISBN: 978-0-9993443-6-1 ISSN: 2414-6390

Modelo Matemático para la Optimización del VRP de una Flota Fija Heterogénea con Ventanas de Tiempo HFFCVRPTW

Kleber F. Barcia, Ph.D.¹, Jennifer E. Arévalo, Mgter.², Víctor H. González, Ph.D.¹

¹Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, kbarcia@espol.edu.ec, vgonzal@espol.edu.ec

²Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, Ecuador, jenniferarevaloquimi@gmail.com

Abstract – *The company, object of study, is dedicated to the commercialization of products for the welfare in the home, classified in: white line, electronics, audio and video, communication and technology, furniture, among others, they can be found in local and foreign stores at the location of the distribution center, their supply lead time is 1 and 3 days respectively, with the aim of satisfying the market segment of each warehouse according to its location. The company wants to minimize its transportation costs without affecting replenishments to the warehouses by making use of the available vehicles, while at the same time wanting to comply with the time schedules of each point of sale. Initially, the company did not have a system that can facilitate the proper way of routing to fulfill its purpose; for this reason, this project focuses on the study of the vehicle routing problem of a heterogeneous fixed fleet with its main constraints that are the time windows and the capacities denoted as a HFFCVRPTW. A mathematical model was developed that establishes a set of optimal routes at minimum cost, assigning the vehicles according to their capacity in each cluster that is formed and complying with the time windows of each sales store.*

Keywords - HFFCVRPTW, heterogeneous fixed fleet, mathematical model.

Resumen – *La empresa objeto de estudio está dedicada a la comercialización de productos para el bienestar en el hogar, clasificados en: línea blanca, electrónica, audio y video, comunicación y tecnología, muebles, entre otros, los mismos se pueden encontrar en tiendas locales y foráneas a la ubicación del centro de distribución y su abastecimiento corresponde a un lead time de 1 y 3 días respectivamente, con el objetivo de satisfacer al segmento de mercado de cada almacén según su ubicación. La empresa desea minimizar sus costos de transportación sin que se vea afectada las reposiciones hacia los almacenes haciendo uso de los vehículos disponibles, a la vez que desea cumplir con los horarios de tiempo que tiene cada punto de venta. Inicialmente, la empresa no disponía de un sistema que le pueda facilitar la manera adecuada del ruteo para poder cumplir con su propósito; por tal motivo este proyecto se enfoca en el estudio del problema de ruteo de vehículos de una flota fija heterogénea con sus principales restricciones que son las ventanas de tiempo y las capacidades denotado como un HFFCVRPTW. Se desarrolló un modelo matemático que establezca un conjunto de rutas óptimas al mínimo costo, asignando los vehículos según su capacidad en cada clúster que se forme y cumpliendo con las ventanas de tiempo de cada almacén de venta.*

Palabras claves – HFFCVRPTW, flota fija heterogénea, modelo matemático.

I. INTRODUCCIÓN

Los consumidores son cada vez más exigentes, ellos consideran el buen trato desde el inicio, es decir, desde que ingresan a un almacén para ejecutar sus compras hasta la entrega del producto en el lugar y hora indicada, de esa manera toda la operación de distribución ejecuta sus procesos en función a las necesidades del cliente.

Las personas que lideran en la actualidad la logística y distribución, generalmente realizan a priori la planificación de las rutas por medios manuales para agruparlos según el sector de entrega y que el transportista realice el enrutamiento de todos los clientes a él asignados. En esta planificación, no se considera la importancia de los tiempos de entrega, lo que evidencia la falta de compromiso con las necesidades del cliente, tratando de cumplir con la entrega y no con el horario establecido o cumpliendo con la carga y no con su eficiencia.

Las empresas siguen observando las oportunidades que les brindan sus competencias para poder captar más clientes que les aseguren la continuidad en el tiempo, cumpliendo con las necesidades del consumidor. Estas empresas deben de tener un personal capacitado, eficiente e idóneo en cada puesto estratégico, pues la logística es el último eslabón de la experiencia del consumidor y su importancia es muy relevante, en ella se determinará la fidelidad de volver a realizar su compra.

El presente artículo muestra el desarrollo de un modelo matemático para encontrar la planificación de rutas óptimas que contemple las restricciones reales como son las capacidades de cada vehículo por ser flota heterogénea y las ventanas de tiempo de cada almacén de venta, de un proceso de abastecimiento de mercadería de una empresa dedicada a la venta de electrodomésticos [1].

Son importante las contribuciones que se realicen al problema de ruteo vehicular incluyendo la flota heterogénea (HVRP Heterogeneous Vehicle Routing Problems): la primera es la clasificación del problema heterogéneo; la segunda es la revisión actualizada de los estudios ya realizados y la tercera es la comparación de los rendimientos de los algoritmos con metaheurísticas [2].

A. Objetivo General

Optimizar la gestión de la flota de transporte, enfocándose en la minimización de los costos de transportación por medio

Digital Object Identifier (DOI):

<http://dx.doi.org/10.18687/LACCEI2019.1.1.108>

ISBN: 978-0-9993443-6-1 ISSN: 2414-6390

de un modelo matemático aplicando la heurística de Clarke and Wright y luego mejorándolo con una metaheurística de Búsqueda Tabú, que asegure todas las restricciones reales del sistema como son:

- 1) Respetar las capacidades de cada vehículo.
- 2) Cumplir con las ventanas de tiempo de los almacenes.

B. Descripción del Proceso de Entrega de Reposiciones

Todas las tiendas tienen un buffer inicial, el mismo que va cambiando según las fluctuaciones de ventas, que se van originando de acuerdo a la ubicación, segmentación y estrato económico en adquirir un producto.

Las tiendas deben tener siempre la cantidad de producto de acuerdo al buffer que tienen activado según la disponibilidad física de sus almacenes y por cada producto vendido debe de realizarse las respectivas reposiciones.

El abastecimiento debe de realizarse de acuerdo al lead time que tiene establecido la empresa que corresponde a 3 días para tiendas foráneas y de 1 día para los almacenes locales, es decir, su reposición es de dos veces por semana para los emisores provinciales y diariamente para las tiendas que se encuentran dentro de la ciudad.

La empresa de electrodomésticos cuenta con dos centros de distribuciones principales, uno para la distribución de los almacenes de la región de la costa y otro para la distribución de la región de la sierra. Para este estudio se escogió al CDD que realiza el abastecimiento a la región de la costa.

El CDD se encuentra ubicado dentro de la ciudad, fuera del casco comercial, desde ahí se realizan las respectivas distribuciones hacia los almacenes de venta, el cual no tiene ninguna restricción en cuestión de horarios.

La respectiva distribución se realiza bajo la contratación de dos operadores logísticos (OPL's) en escala uno, los mismos cuentan con vehículos de transporte de carga para los abastecimientos que van desde 1 tonelada hasta 6 toneladas, de esta forma se puede cargar hasta $30 m^3$, contando con 23 unidades para la distribución provincial y 8 unidades para la distribución local.

Los productos comercializados por la empresa, tienen una gran variabilidad respecto a las dimensiones por sub-líneas, modelos y marcas clasificadas como big tickets y small tickets, las tiendas tienen productos de todas las líneas en sus diferentes tamaños según su clasificación:

- Línea blanca.
- Línea café.
- Línea de audio.
- Línea de video.
- Línea de juegos de comedores.
- Línea de juegos de salas.
- Línea de estantes y centros de entretenimientos.
- Línea de cómodas y roperos.
- Línea de cómputo y tecnología.
- Línea de camas y colchones.
- Línea de celulares y tabletas.
- Pequeños electrodomésticos.

- Línea de motocicletas y llantas.
- Línea de aires acondicionado.
- Línea de motores fuera de borda.
- Línea de herramientas.
- Línea de construcción.
- Línea de productos peds.
- Línea de pequeños accesorios.
- Línea de máquinas de coser industriales y caseras.
- Regalos.

El proceso de abastecimiento se crea a partir de la necesidad de stock de las tiendas y es el siguiente, ver Fig. 1:



Fig. 1 Proceso de entrega de reposiciones

- Se crea una orden de reposición por cada almacén a despachar.
- Se lanzan las órdenes por rutas: es decir se crea un código interno por ruta, permitiendo la visualización de las órdenes en la PDA (ayudante digital personal que permite leer la información del ingreso o salida de un producto de forma rápida).
- Se realiza el picking en cada ubicación.
- Se envía al muelle los productos a despacharse: es decir, se traslada el producto desde su ubicación al área asignada donde se recopilan todos los productos de una orden.
- Se asigna un transporte según la ruta.
- Se carga al vehículo, estibando según su llegada hacia los almacenes.
- Se realiza la anotación de los productos por parte del transportista para el respectivo cuadro.
- Se hace el cierre del vehículo: es decir, se procede a cerrar el vehículo con los candados de seguridad que posee cada uno.
- Se imprimen las guías por cada almacén.
- Se firman los documentos por parte de los supervisores Outbound (productos de salida): es decir,

los supervisores de salida que realizaron el despacho deben firmar las guías.

- Se revisan las guías para generar una orden de salida por parte del jefe del CDD.
- Se procede con la salida del vehículo y su posterior trayecto hacia sus rutas.
- Los almacenes realizan la recepción y respectivo ingreso al sistema. Culminando con la firma en las guías.

El proceso se realiza mediante un sistema de planificación de recurso empresarial ERP que tiene la empresa en conjunto con un sistema de gestión de almacenes WMS.

C. Características y restricciones del proceso

El proceso de entrega de reposiciones está basado en los siguientes puntos:

- La demanda de los almacenes es conocida, es decir, por medio del sistema, se conoce con exactitud las cantidades de los electrodomésticos necesitados por el almacén, según el stock disponible en el CDD.
- La flota vehicular con capacidad heterogénea, finita y reducida.
 - La cantidad de operarios es limitada y reducida.
 - Los productos tienen dimensiones heterogéneas.
 - La empresa clasifica en dos categorías las dimensiones de los productos, pequeños y grandes electrodomésticos.
 - Los vehículos no disponen de un segundo piso para aprovechar la capacidad máxima para la transportación de motocicletas.
 - En ciertas ciudades del país existe restricciones de horarios que deben ser cumplidos.
 - En cada visita realizada se debe de cumplir una operación de descarga, es decir cumplir con un protocolo en la entrega de la mercadería en el almacén.
 - Cada cliente debe ser visitado una sola vez por cada vehículo, es decir no se pueden enviar productos para el mismo almacén en dos vehículos con diferentes rutas.

II. METODOLOGÍA

La metodología usada para la planificación de rutas del modelo HFFCVRPTW inicia con la recopilación de toda la información, obteniendo las coordenadas mediante la web de mapas creada por Microsoft, Bing Maps y luego utiliza un VRP Solver para obtener las distancias y los tiempos de recorridos. Esta información permite realizar el modelo matemático e implementarlo con la heurística de Clarke and Wright y mejorar sus resultados con la metaheurística de Búsqueda Tabú, que a menudo es de alta calidad y produce un valor óptimo [3], [4], [5] y [6].

Finalmente, por medio de la programación de Wolfram y de la ejecución de múltiples corridas, se obtiene la solución para su análisis comparativo, ver Fig. 2.

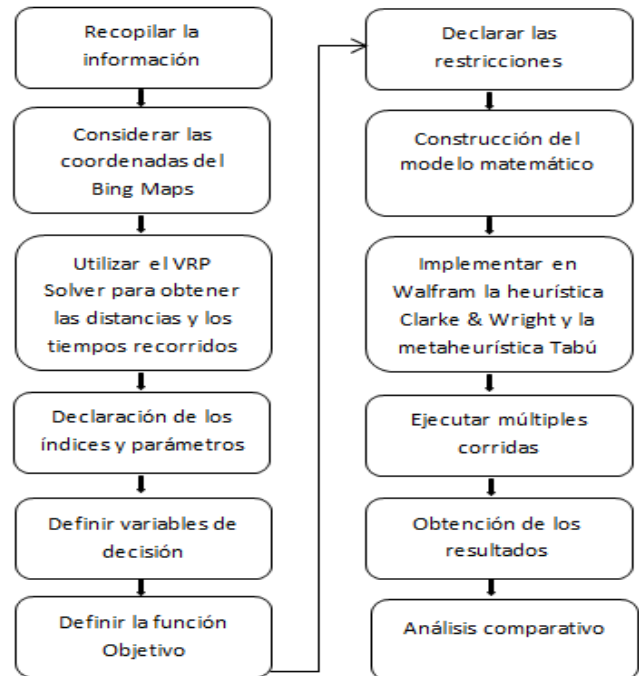


Fig. 2 Metodología del estudio

A. Recopilar la información

La información que se requiere para implementar el modelo es según su alcance, el mismo que abarca todo el proceso de distribución y abastecimiento a los almacenes que corresponde a la región de la Costa, dividiéndolas en tiendas locales y foráneas, y es la siguiente:

- 1) El número de CDD que abastecen a los almacenes.
- 2) El número de almacenes para abastecer.
- 3) Los dimensionamientos de cada producto para transformarlos en m^3 .
- 4) El número de vehículos activos existentes.
- 5) Los dimensionamientos de cada unidad.
- 6) El horario de atención del CDD.
- 7) El horario de recepción de cada almacén.
- 8) Los kilómetros por hora de recorridos para las tiendas locales y foráneas.

B. Considerar las coordenadas del Bing Maps

Para la obtención de las coordenadas de todos los almacenes de la región de la Costa y el CDD, se utilizó al buscador de Microsoft llamado Bing Maps, el mismo que facilita la ubicación con la latitud y la longitud de cada nodo a utilizarse, ver Tabla 1.

C. Utilizar el VRP Solver para obtener las distancias y los tiempos de recorridos

Con la información de las coordenadas obtenidas, se procede a ingresarlas al VRP Spreadsheet Solver de Microsoft que permite la entrega de solución de hasta 200 nodos, una vez

ingresada la información se procede a parametrizar según los datos y se obtiene [7]:

La distancia recorrida entre todos los nodos en kilómetros.
El tiempo el recorrido entre todos los nodos en horas, ver la Tabla 2.

TABLA 1
MATRIZ DE LATITUDES Y LONGITUDES (MUESTRA)

Almacén	Nombre	Latitud (y)	Longitud (x)
0	CDD GYE	-2,1088550	-79,9465150
1	PLAYA	-2,6349220	-80,3885400
2	LIBERTAD A	-2,2221230	-80,9087820
3	LIBERTAD B	-2,2221230	-80,9087820
4	LIBERTAD C	-2,2221230	-80,9087820
5	LIBERTAD D	-2,2221230	-80,9087820
6	SANTA ELENA	-2,2263340	-80,8583720
7	LOJA A	-3,9968470	-79,2023970
8	LOJA B	-3,9987880	-79,2020980
.	.	.	.

TABLA 2
MATRIZ DE DISTANCIA Y TIEMPO DE RECORRIDO (MUESTRA)

Almacén	Desde	Hacia	Distancia (km)	Duración (h)
0	CDD GYE	CDD GYE	0,00	0:00:00
1	CDD GYE	PLAYA	94,01	1:41:00
2	CDD GYE	LIBERTAD A	136,46	1:53:00
3	CDD GYE	LIBERTAD B	136,46	1:53:00
4	CDD GYE	LIBERTAD C	136,46	1:53:00
5	CDD GYE	LIBERTAD D	136,46	1:53:00
6	CDD GYE	SANTA ELENA	129,88	1:41:00
7	CDD GYE	LOJA A	412,85	5:03:00
8	CDD GYE	LOJA B	413,07	5:04:00
.

D. Declaración de los índices y parámetros

El modelo matemático considera las características y restricciones mencionadas anteriormente. Además, debe cumplir con las siguientes condiciones al sistema:

- Se debe de visitar a todos los almacenes saliendo del CDD principal.
- Terminado el servicio de entrega de los electrodomésticos, se debe regresar al punto de origen.
- Las rutas deben ser óptimas cumpliendo las restricciones de las capacidades de la flota heterogénea y los tiempos establecidos por las tiendas.
- La demanda de los productos que tenga cada almacén, será considerada en m³.
- Se debe minimizar la utilización de los vehículos para cada ruta, con la obtención del menor costo posible en la transportación de los productos en m³.

Los datos de entrada en el modelo matemático son los siguientes:

Índices:

- i Nodos de partida (clientes y el CDD).
- j Nodos de llegada (solo clientes).
- k Flota vehicular del depósito.

Parámetros:

- C_{ij} Costo asociado al arco $(v_i, v_j) \in A$.
- d_i Cantidad demandada del cliente (i) .
- s_{vi} Tiempo de servicio del cliente (i) .
- $[e_{vi}, l_{vi}]$ Ventana horaria de atención del cliente (i) .
- t_{ij} Tiempo de arribo a los cliente $(v_i, v_j) \in A$.
- q_k Capacidad de los vehículos.

E. Definir las variables de decisión

Las variables de decisión se definen según la necesidad del modelo, descritas de la siguiente forma.

- h_{vik} tiempo en el que empieza el servicio en el cliente v_i
- X_{ijk} variable binaria, si el arco es factible en la ruta ij con el vehículo k tomará el valor de 1 y 0 en caso de que no sea factible.

$$\begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \in K \text{ se desplaza en el arco } (v_i, v_j) \in V \\ 0 & \text{si el vehículo } k \in K \text{ no se desplaza en el arco } (v_i, v_j) \in V \end{cases}$$

F. Definir la función objetivo

Sea $G = (V, A)$ un grafo dirigido, donde:

G es un conjunto finito de objetos V y A .

$V = \{v_0, v_1, \dots, v_n, v_{n+1}\}$ es el conjunto de vértices.

$A = \{(v_i, v_j); v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ es el conjunto de arcos.

Los vértices V_0 y V_{n+1} representan al depósito y cada vértice v_i al cliente i el cual tiene asociado una demanda, el mismo que tiene ventanas de tiempo suaves y duras sin incurrir en ninguna penalidad por no llegar a tiempo en el almacén [8].

Una ruta posible empieza en el vértice v_0 y termina en el vértice v_{n+1} , asociándose con una demanda q_i por cliente (i) en m³. También se define C_{ij} como el costo de viajar del cliente v_i al cliente v_j .

Adicional, se fija una ventana horaria para el depósito V_0 y V_{n+1} y para el cliente v_i dentro del cual debe ser visitado, representado por e_{vi}, l_{vi} .

La demanda y el horario de atención del depósito son iguales a cero.

Los conjuntos de vértices adyacentes e incidentes, estarán denotados por $\Delta^+(v_i)$ y $\Delta^-(v_i)$ respectivamente, especificado de la siguiente forma:

$$\Delta^+(v_i) = \{v_j \in V_c \setminus (v_i, v_j) \in A\}$$

$$\Delta^-(v_i) = \{v_j \in V_c \setminus (v_j, v_i) \in A\}$$

Para la construcción de la función objetivo se consideró aquellos parámetros que influyen directamente en el costo de transportar los artículos, que es la suma total de los vehículos

utilizados en el arco ij y depende de la variable binaria X_{ijk} en caso de darse, sumándose todos los costos de los viajes que forman la solución.

$$\sum_{k \in K} \sum_{(vi,vj) \in A} C_{ijk} X_{ijk} \quad (3.1)$$

G. Declarar las restricciones

Las restricciones están dadas de acuerdo al sistema real de la empresa [9]:

Todo cliente $v_i \in V_c$ debe ser visitado una sola vez.

$$\sum_{k \in K} \sum_{vj \in \Delta^-(vi)} X_{ijk} = 1 \quad \forall v_i \in V_c \quad (3.2)$$

Cada vehículo al iniciar la ruta parte desde el depósito.

$$\sum_{vj \in \Delta^+(v_0)} X_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

Cada vehículo al terminar la ruta debe volver al depósito

$$\sum_{vi \in \Delta^+(v_0)} X_{i0k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (3.4)$$

Cada ruta debe ser visitada por el mismo vehículo, es decir si el cliente V_i es servido por el vehículo k , entonces los clientes antecesores y sucesor a V_i en la ruta deben ser servidos por el mismo vehículo k .

$$\sum_{vj \in \Delta^+(vi)} X_{ijk} - \sum_{vj \in \Delta^-(vi)} X_{jik} = 0 \quad k \in K, v_i \in V_c \quad (3.5)$$

La suma demandada de todos los productos enviados a cada cliente no puede superar la capacidad del vehículo.

$$\sum_{vi \in V_c} d_i \sum_{vj \in \Delta^+(vi)} X_{ijk} \leq q_k \quad \forall k \in K \quad (3.6)$$

Las ventanas horarias de recepción de cada cliente, están expresadas en las siguientes notaciones, es decir, el tiempo de inicio del servicio en cada cliente V_i , debe ser menor o igual a la cota inferior.

$$e_{v_i} \leq h_{vik} \quad \forall v_i \in V, k \in K \quad (3.7)$$

$$h_{vik} + s_{vi} \leq l_{v_i} \quad \forall v_i \in V, k \in K \quad (3.8)$$

La siguiente ecuación elimina los subtours y asegura la continuidad en el tiempo de viaje de una ruta, en la cual se ha empleado la constante M , que tiene un valor bastante grande, la misma que asegura la continuidad del tiempo y actúa como restricción de eliminación de subtour.

$$h_{vjk} - h_{vik} \geq s_{vi} + t_{ijk} - M(1 - X_{ijk}); \forall (v_i, v_j) \in V, k \in K$$

$$\text{O sea, } h_{vik} + s_{vi} + t_{ijk} \leq h_{vjk} \quad (3.9)$$

Declaración de las variables.

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \quad (v_i, v_j) \in A, k \in K \quad (3.10)$$

$$h_{vik} \geq 0 \quad \forall v_i \in V, k \in K \quad (3.11)$$

La variable X_{ijk} es binaria y las h_{vik} es positiva.

H. Construcción del modelo matemático

El modelo matemático HFFCVRPTW con la función objetivo y las restricciones está representado a continuación:

Función objetivo:

Minimizar:

$$\sum_{k \in K} \sum_{(vi,vj) \in A} C_{ijk} X_{ijk}$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{vj \in \Delta^-(vi)} X_{ijk} = 1 \quad \forall v_i \in V_c$$

$$\sum_{vj \in \Delta^+(v_0)} X_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K$$

$$\sum_{vi \in \Delta^+(v_0)} X_{i0k} = 1 \quad \forall k \in K$$

$$\sum_{vj \in \Delta^+(vi)} X_{ijk} - \sum_{vj \in \Delta^-(vi)} X_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, v_i \in V_c$$

$$\sum_{vi \in V_c} d_i \sum_{vj \in \Delta^+(vi)} X_{ijk} \leq q_k \quad \forall k \in K$$

$$e_{v_i} \leq h_{vik} \quad \forall v_i \in V, k \in K$$

$$h_{vik} + s_{vi} \leq l_{v_i} \quad \forall v_i \in V, k \in K$$

$$h_{vjk} - h_{vik} \geq s_{vi} + t_{ijk} - M(1 - X_{ijk}) \quad \forall (v_i, v_j) \in V, k \in K$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall (v_i, v_j) \in A, k \in K$$

$$h_{vik} \geq 0 \quad \forall v_i \in V, k \in K$$

I. Implementar en Wolfram Mathematica la heurística de Clarke and Wright y la metaheurística Tabú.

Heurística de Clarke and Wright: En la aplicación de la heurística de ahorro llamada Clarke and Wright, se considera el objetivo de minimizar las distancias, cuya solución es encontrar una ruta bastante aceptable que visite todos los nodos dentro de un clúster del conjunto de los puntos dados.

La programación de la heurística ha sido realizada por medio del software Wolfram Matemática [10].

En este artículo se consideró como ejemplo el clúster de la ruta de una ciudad, Cuenca, la Tabla 3 muestra los 7 nodos o almacenes a visitar.

TABLA 3
ALMACENES DE LA RUTA CUENCA

Punto	Almacén	Lat (y)	Lon (x)	hora inicio	hora final	tiempo servicio	Demanda m³
1	CDD GYE	-2,10	-79,94	8:00	17:00	0:00	0
2	LOJA A	-3,99	-79,20	7:00	22:00	0:30	3,19
3	LOJA B	-3,99	-79,20	7:00	22:00	0:30	2,36
4	LOJA C	-3,99	-79,20	7:00	22:00	0:30	1,89
5	CUENCA A	-2,89	-79,00	8:00	17:00	0:30	4,14
6	CUENCA B	-2,89	-79,00	8:00	17:00	0:30	2,80
7	CUENCA C	-2,89	-79,00	8:00	17:00	0:30	1,54
8	CATAMA	-3,98	-79,35	8:00	17:00	0:30	1,36

Los costos de transporte para cada uno de los 7 nodos, se reflejan en la Tabla 4.

TABLA 4
COSTO EN DÓLARES DE TRANSPORTE
DESDE EL CDD A CADA NODO

PUNTO	C _{0j}
1	270
2	270
3	270
4	370
5	370
6	370
7	380

El desarrollo del método de ahorro que contiene 4 pasos, se describe a continuación:

Paso 1: Construir la matriz de distancia de los nodos que conforman el clúster, incluyendo el CDD principal, ver Tabla 5.

Paso 2: Se utiliza la fórmula de ahorro Clarke and Wright.

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{0j} - C_{ij} \quad (3.12)$$

Paso 3: Construcción de la ruta del clúster de Cuenca, Loja, Catama.

En la construcción de la ruta, se asignan los nodos con los mayores ahorros, a la vez que se considera la demanda de los almacenes y el horario de recepción, sin exceder la capacidad del vehículo.

La solución de la ruta es la siguiente: {1,4,3,2,8,5,6,7,1}, correspondiente a {CDD Gye, Loja C, Loja B, Loja A, Cuenca A, Cuenca B, Cuenca C, Catama, CDD Gye}.

Paso 4: Los nodos que han sido seleccionados para armar la ruta esperada, no son considerados en las futuras soluciones para armar otra ruta.

TABLA 5
DISTANCIA DE LOS NODOS EN KM

P	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,00	412,85	413,07	413,07	210,65	210,65	210,65	374,21
2	412,85	0,00	0,66	0,69	199,33	199,33	199,33	39,04
3	413,07	0,66	0,00	0,43	199,51	199,51	199,51	39,22
4	413,07	0,69	0,43	0,00	199,51	199,51	199,51	39,22
5	210,65	199,33	199,51	199,51	0,00	0,50	0,68	231,03
6	210,65	199,33	199,51	199,51	0,50	0,00	0,48	231,03
7	210,65	199,33	199,51	199,51	0,68	0,48	0,00	231,03
8	374,21	39,04	39,22	39,22	231,03	231,03	231,03	0,00

Al visualizar la Tabla 6 se puede denotar que solo se han considerado los almacenes para armar la matriz de ahorro, empezando en el nodo 2. En la que se puede determinar que el mayor ahorro está entre el almacén 3 y el 4.

TABLA 6
MATRIZ DE AHORRO DE LOS NODOS DEL CLÚSTER

PUNTO	2	3	4	5	6	7	8
2	0,00	825,26	825,23	424,17	424,17	424,17	748,02
3	825,26	0,00	825,72	424,22	424,22	424,22	748,07
4	825,23	825,72	0,00	424,22	424,22	424,22	748,07
5	424,17	424,22	424,22	0,00	420,80	420,62	353,83
6	424,17	424,22	424,22	420,80	0,00	420,82	353,83
7	424,17	424,22	424,22	420,62	420,82	0,00	353,83
8	748,02	748,07	748,07	353,83	353,83	353,83	0,00

Metaheurística Tabú: A continuación la formulación de la metaheurística de Búsqueda Tabú con los datos obtenidos de la solución de la heurística de Clarke and Wright. Su objetivo fue encontrar soluciones que se escapen de un espacio local para hallar en un espacio global, cuyas rutas están cercanas al óptimo [11].

Para este proyecto se realizaron dos programaciones: uno de nodos locales y otro de nodos foráneos, que contienen 29 y 99 almacenes consecutivamente.

La programación del sistema propuesto para la empresa con la metaheurística Tabú, se realizó por medio del software Wolfram Matemática con 5.000 iteraciones, el tiempo en entregar la solución es de 6 min, por medio de un ordenador Sony Vaio, Intel Inside, Core i3, disco duro de 80 GHZ.

J. Ejecutar múltiples corridas

Se procedió con la ejecución del programa de Wolfram Mathematica, realizando más de 50 corridas, cambiando las rutas y los costos, mejorando los tiempos en cada corrida, los

mismos que iban descendiendo de 13 minutos a 5 minutos, quedando así en 2 minutos.

III. RESULTADOS

A. Obtención de los resultados

El desarrollo de un modelo matemático aplicando la heurística de Clarke and Wright y luego mejorándolo con una metaheurística de Búsqueda Tabú, da como resultado principalmente:

- 1) La disminución de los gastos de transporte.
- 2) La disminución en los km de recorridos.
- 3) El cumplimiento con los horarios de tiempo de los clientes.

En la implementación de la heurística se puede evidenciar que los resultados son muy buenos, cuyas soluciones son mejoradas con la implementación del algoritmo Tabú, encontrando rutas óptimas que satisfacen las restricciones del sistema de distribución y de los almacenes.

La tabla 7 muestra las soluciones de las 6 rutas obtenidas para los nodos locales con la metaheurística Tabú.

TABLA 7
SOLUCIÓN DE NODOS LOCALES CON ALGORITMO TABÚ

Ruta	Secuencia de visitas	Transp	Carga (m³)	Distancia (Km)	Tiempo total (hr)	Costo (\$)
1	{1, 9, 7, 5, 4, 11, 16, 1}	{1, 294,18.61 }	18,70	67,31	2:59	80
2	{1, 10, 27, 26, 2, 8, 6, 3, 28, 1}	{2,384,18 .4}	17,16	36,71	2:33	80
3	{1, 17, 18, 15, 24, 13, 14, 1}	{3, 308,18}	14,14	51,07	2:31	80
4	{1, 29, 30, 12, 22, 25, 1}	{4,183,13 .2}	11,57	31,15	1:51	80
5	{1, 21, 23, 1}	{5,67,5.9 4}	4,77	3,91	0:33	80
6	{1, 19, 1}	{6,363,11 .34}	10,79	3,96	0:18	80
	Total			194,11		480

La Fig. 3 muestra geográficamente la ruta 4 de los nodos locales con la implementación de la metaheurística.

La tabla 8 muestra las soluciones de las 10 rutas obtenidas para los nodos foráneos con la metaheurística Tabú.

La Fig. 4 muestra geográficamente la ruta 1 de los nodos foráneos con la implementación de la metaheurística.

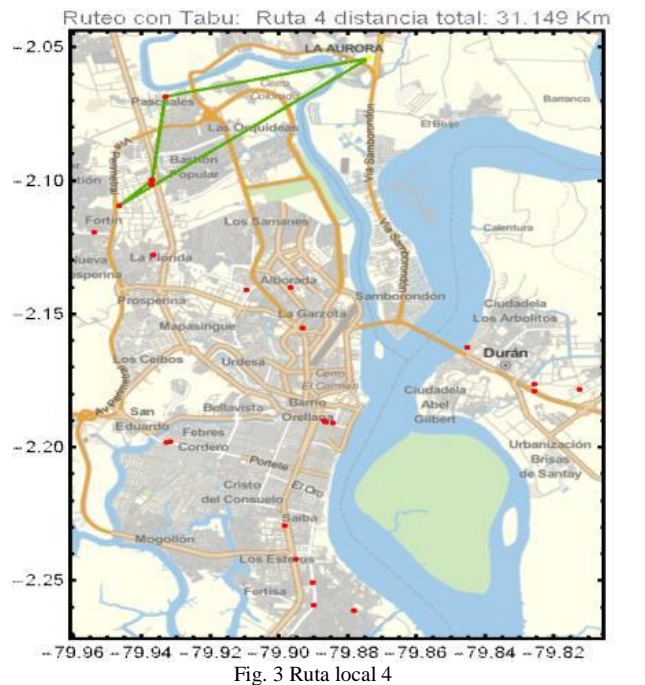


TABLA 8
SOLUCIÓN DE NODOS FORÁNEOS CON ALGORITMO TABÚ

Ruta	Secuencia de visitas	Transp	Carga (m³)	Distancia	Tiempo total (hr)	Costo (\$)
1	{1, 13, 12, 11, 8, 9, 10, 14, 36, 1}	{1,14.,22.3245}	18,22	807,493	11:43	230
2	{1, 40, 45, 38, 70, 43, 1}	{3,441.,20.8012}	17,07	420,569	6:00	230
3	{1, 58, 61, 68, 56, 57, 67, 65, 64, 66, 69, 54, 1}	{5,88.,34.7701}	31,01	658,672	11:08	320
4	{1, 59, 62, 55, 53, 33, 34, 1}	{6,4.,28.9363}	16,84	487,479	9:45	230
5	{1, 60, 63, 52, 1}	{7,1.,29.0998}	7,97	360,195	6:18	290
6	{1, 20, 22, 21, 18, 47, 48, 46, 51, 49, 50, 1}	{6,520.,39.37}	37,74	531,403	10:14	320
7	{1, 6, 3, 4, 5, 7, 2, 1}	{7,402.,85.26}	52,16	327,47	5:45	420
8	{1, 39, 37, 42, 41, 1}	{8,80.,16.2202}	14,03	442,325	7:18	230
9	{1, 35, 15, 17, 31, 32, 16, 19, 23, 24, 29, 26, 27, 28, 1}	{10,298.,44.2}	43,11	361,006	8:40	320
10	{1, 44, 25, 30, 1}	{10,12.,34.9905}	21,17	420,354	7:18	320
	Total			4.816,966		2910

Ruteo con Tabu: Ruta 1 distancia total: 807.493 Km

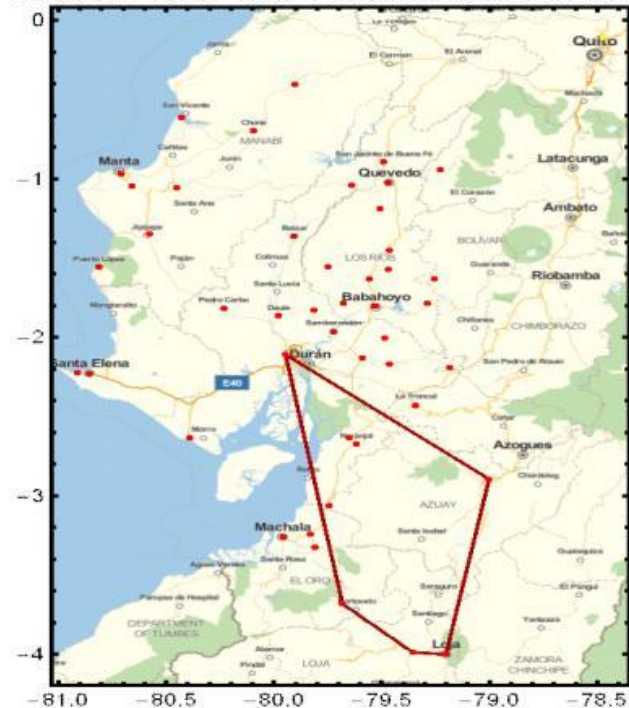


Fig. 4 Ruta foránea 1

B. Análisis comparativo

Realizando pruebas del modelo presentado y comparando resultados, el nuevo sistema considera un número menor de vehículos, disminuyendo así, en un 30% los vehículos que fueron utilizados para la distribución; de tal manera, que el ahorro principal en el modelo HFFCVRPTW se debe a la disminución de los vehículos utilizados de la flota heterogénea.

A continuación, se detalla el cuadro comparativo en dólares del sistema actual de la empresa con el sistema nuevo, ver Tabla 9.

TABLA 9
COMPARACIONES DE MODELOS

	Sistema actual	Clarke & Wright	Tabú	Ahorro	
Rutas	Costos de las rutas en dólares	Costos de las rutas en dólares	Costos de las rutas en dólares	Mensual	Anual
Locales	17.969,00	11.520,00	11.520,00	6.449,00	77.388,00
Foráneas	28.493,00	23.280,00	23.280,00	5.213,00	62.565,00
Totales	46.462,00	34.800,00	34.800,00	11.662,00	139.953,00

IV. CONCLUSIONES

Se logró realizar mejoras en el ruteo de una empresa de electrodomésticos con las restricciones del sistema de ventanas de tiempo utilizando una flota fija heterogénea, desarrollando el modelo HFFCVRPTW resuelto por la heurística Clarke and Wright y mejorado por la metaheurística Tabú.

El modelo desarrollado HFFCVRPTW se puede ejecutar en Gams, y para efectos de implementar heurísticas y metaheurísticas se puede realizar por Wolfram Mathematica.

En la resolución del sistema se tuvo que realizar dos implementaciones del modelo matemático, uno para los nodos locales y otro para los nodos foráneos para obtener rutas óptimas en cuanto a la realidad de la empresa.

Es importante indicar que la heurística de Clarke and Wright busca la solución en un espacio limitado dando rutas muy buenas para la solución del problema dado, pero la metaheurística Tabú encontró dentro de las rutas secuencias de los nodos óptimas, reduciendo los kilómetros de recorrido, utilizando de forma eficiente la capacidad de cada vehículo, mejorando los tiempos de llegada en cada visita e incrementando el nivel de servicio.

Los resultados referentes al costo son iguales en Clarke & Wright y el algoritmo Tabú por tener el mismo número de rutas y vehículos.

Realizando las respectivas comparaciones con el modelo de ruteo que lleva la empresa, se observan ahorros muy significativos anualmente, aumentando en forma considerable la rentabilidad y la eficiencia en cuanto a la forma de distribución.

V. RECOMENDACIONES

Se recomienda aplicar herramientas adecuadas como son las heurísticas y las metaheurísticas para las empresas que requieran obtener mejores resultados en sus indicadores claves o medidas de desempeño (KPIs) referentes a costos, tiempos y números de vehículos.

Las empresas deben usar estrategias logísticas, así como, tener profesionales con experiencias y conocimientos en sistemas actuales para que puedan desarrollar e implementar mejoras en sus áreas de producción, almacenamiento y distribución. Esto les permite mejorar los rendimientos y aportar al margen de la compañía.

Se recomienda cambiar la forma de pago por medio del volumen (m^3), realizando una alianza estratégica entre la empresa y el operador logístico, logrando acuerdo en los precios que los beneficien mutuamente.

REFERENCIAS

- [1] C. David, M. Villa, J. Javier, N. Ginez, and M. S. F. Echeverría, "Implementación de un Problema de Ruteo Vehicular con Ventanas de Tiempo (VRPTW) en una empresa de venta de agroquímicos, sucursal Milagro Resumen," Guayaquil, 2012.
- [2] O. Jabali and G. Laporte, "Thirty years of heterogeneous vehicle routing," vol. 249, pp. 1–21, 2016.
- [3] R. Álvarez, "Propuesta de Solución al Problema de Ruteo de Vehículos en el Operador Logístico Operar S.A. para el Transporte y Distribución de Productos Alimenticios Secos del Grupo NUTRESA S.A.," Bogotá, Colombia, 2017.
- [4] I. H. Osman and J. P. Kelly, *Metaheuristics: Theory & Applications*, First Ed. Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [5] A. Mungwattana, "A Practical Case Study of a Heterogeneous Fleet

- Vehicle Routing Problem with Various Constraints,” in *Proceedings of the 2016 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, 2016, pp. 948–957.
- [6] R. Bodas, “La metaheurística de Búsqueda Tabú aplicada al problema de Enrutamiento de Vehículos,” Universidad de Valladolid, 2017.
 - [7] L. L. Magaña, “Implantación de VRP - Solver aplicando la heurística de Clarke Wright para el ruteo del transporte terrestre en el área de distribución caso de estudio: industrias alimentarias,” Universidad Nacional Mayor de San Marcos, 2016.
 - [8] J. R. Tomalá, “Diseño de un Sistema de Soporte de Decisiones para Resolver el Problema de Ruteo en un Servicio de Courier,” ESPOL, 2010.
 - [9] K. F. Barcia, W. A. Córdova, and V. H. González, “Modelo matemático para la optimización del plan maestro de producción para lácteos,” in *Proceedings of the LACCEI international Multi-conference for Engineering, Education and TeCHnology*, 2018, vol. 2018–July.
 - [10] E. M. Chilibingua, “Optimización de las rutas de reparto para una empresa distribuidora de productos ferreteros,” Guayaquil, 2017.
 - [11] F. F. Sandoya, *Metaheurística y Redes Neuronales*. Guayaquil, Ecuador: ESPOL, 2015.