

Simulador de Ecuaciones de Mecánica Orbital en relación con la Tecnología Satelital

Laura Givelly Peña Garzón

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia, lauragivelly.pena@uptc.edu.co

Consejero de la Facultad;

Jorge Enrique Espíndola Díaz

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia, jespindola@uptc.edu.co

RESUMEN

Se presenta una de las etapas desarrolladas en el proyecto: "Diseño e implementación de una estación terrena para satélites de órbita LEO (*Low Earth Orbit*)," desarrollado en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia por parte del grupo de investigación en informática, electrónica y comunicaciones - INFELCOM.

Se muestran diferentes formas de ver la Mecánica Orbital; desde un punto de vista matemático, se virtualiza su comportamiento, y desde la didáctica, se muestra de una forma clara el entendimiento de sus ecuaciones.

Las diferentes formas de ver la mecánica orbital son explicadas con diversas ecuaciones llevadas a ámbitos naturales y específicos, ilustrando los comportamientos que tienen estas ecuaciones mediante una simulación, en la cual, se pueden modificar las variables que permiten ver el comportamiento de algunas de las ecuaciones, y su importancia.

El objetivo principal de este proyecto fue diseñar e implementar una simulación de las ecuaciones de mecánica orbital para facilitar el entendimiento de esta área del conocimiento. Este proyecto surgió como necesidad de complementar un estudio a nivel nacional e iniciar un nuevo rumbo en Colombia con el envío de satélites artificiales; pues al tener una comprensión abstracta de la mecánica orbital se corren menos riesgos al realizar pruebas en su lanzamiento, en su operación y en su correcta ubicación en el espacio.

Palabras claves: Estación terrena, mecánica orbital, satélite, seguimiento de órbitas, simulación.

ABSTRACT

Here it's presented one of the project's steps: "Design and implementation of a ground station for satellite LEO (Low Earth Orbit)," it's developed at the Pedagogical and Technological University of Colombia by the research group INFELCOM.

It's shown different ways of looking at Orbital Mechanics, from a mathematical point of view their behavior is virtualized, and from the didactics, it's shown in a clear understanding of their equations.

The different ways of seeing the orbital mechanics are explained by several equations carried to natural and specific ambiances behaviors that illustrated these equations by simulation, in which the variables can be modified that let to see the behavior some of the equations, and it's importance.

The main objective of this project was to implement and design a simulation of orbital mechanics equations to make easier the understanding of this area knowledge. This project emerged as a need to complement a national level study and it's starts a new course in Colombia by sending artificial satellites, as we have an abstract understanding of orbital mechanics it's less risky when testing at launching, in its operation and its proper location in space.

Keywords: Earth station, orbital mechanics, orbit tracking, satellite, simulation.

1. INTRODUCCIÓN

La mecánica orbital es un área de conocimiento de ciencia y tecnología aeroespacial poco difundida (a pesar de ser una de las ramas más antiguas de la ciencia); no existen mecanismos de aprendizaje de este campo que faciliten la adquisición de los conceptos necesarios utilizados en el desarrollo de proyectos de lanzamiento de satélites artificiales.

Existen diferentes métodos de control para lograr el seguimiento de objetos en movimiento, pero no todos son aplicables al seguimiento de satélites. El seguimiento puede realizarse por medio de un software, el cual por medio de desarrollos físicos – matemáticos pueda simular con exactitud y precisión el comportamiento del satélite y al comunicarse con el rotor de las antenas ubicarlas para una correcta comunicación (Espíndola, 2009).

La simulación de las ecuaciones de mecánica orbital para posicionamiento de satélites, está proyectada para la explicación de muchos interrogantes que se generan con respecto a las preguntas: ¿qué hace mover un satélite?, ¿qué es una órbita?, ¿qué lo mantiene en órbita?, ¿cuál es la distancia apropiada de un satélite artificial respecto a la tierra?, y muchas más con respecto a los satélites y todo lo relacionado con mecánica orbital, también conocida como mecánica celeste.

Mediante la simulación, se analizan las diferentes ecuaciones utilizadas en la mecánica orbital, lo cual lleva a realizar los siguientes interrogantes: ¿qué sucede cuando modificamos una variable en cada fórmula?, ¿cuáles son las variables más importantes?, ¿qué valores puede tomar una variable y que significa su valor?, son algunos de ellos.

El entendimiento pleno de las ecuaciones de mecánica orbital, permitirá a cualquiera de los integrantes del grupo acceder a esta información de forma clara y precisa. Por ejemplo, comprender cuando dos satélites pueden tener la misma velocidad ó qué pasa cuando hay una excentricidad mayor a 1.

A lo largo de este artículo, el lector encontrará los conceptos básicos de mecánica orbital, sus diferentes ecuaciones, su aplicación y por ultimo un prototipo del simulador desarrollado.

2. MARCO REFERENCIAL

Satélite Artificial

Un satélite artificial de comunicaciones es un elemento físico capaz de recibir y transmitir señales en forma analógica o digital de alta calidad. Está colocado en órbita para recibir y transmitir información a cualquier punto del planeta Tierra.

Así, un satélite de comunicaciones proporciona una plataforma en la órbita para la retransmisión de comunicaciones de voz, vídeo y datos convirtiéndose en enormes antenas suspendidas del cielo.

Estos elementos se encuentran girando alrededor de la tierra en distintas órbitas. El modelo físico de una órbita es una elipse. Las configuraciones orbitales de los satélites de comunicación vienen determinadas por los parámetros iniciales de lanzamiento (Timothy and Bostian, 2004).

En la Figura 1 se puede observar una elipse que describe el movimiento del satélite alrededor de la Tierra, mejor conocido como orbita. El punto M representa el satélite que realiza el movimiento de orbita, las letras A, B, C, y D son los vértices de la elipse; los puntos fijos F1 y F2 son los focos de la elipse; el segmento AB es dos veces el semieje mayor y el segmento CD es dos veces el semieje menor.

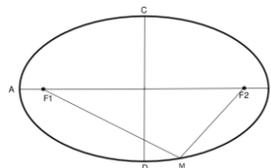


Figura 1: Elipse (Charola, 1959)

Existen diferentes clases de órbita según la distancia a la que se encuentre el satélite de la Tierra, las cuales se pueden observar en la Figura 2.

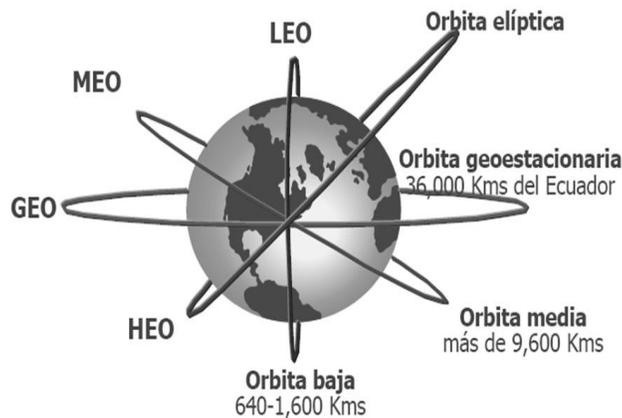


Figura 2: Clases de Órbita (García and Conte, 2005)

A continuación, se describen las diferentes clases de órbitas (Quesada, 2010):

LEO: *Low Earth Orbit*, esta es la órbita más cercana a la Tierra la cual oscila entre 200 a 1200 km.

MEO: *Medium Earth Orbit*, la órbita está ubicada entre 9500 y 14500 km de la superficie de la Tierra.

GEO: *Geoestacionary Orbit*, órbita ubicada aproximadamente a 36000 km de la superficie de la Tierra, esta tiene la particularidad que presenta una excentricidad nula y su traslación la hace sobre el plano ecuatorial.

HEO: *High Elliptical Orbit*, esta órbita presenta la mayor excentricidad en relación a las anteriores nombradas, también es la que deja observar con mayor claridad el apogeo y perigeo.

La cobertura según la distancia en la que se encuentre el satélite, está representada en la Figura 3. Como se puede observar los satélites ubicados en la órbita GEO tienen una mayor cobertura y los ubicados en la órbita LEO por estar a una distancia más cercana a la superficie de la Tierra tienen una menor cobertura.

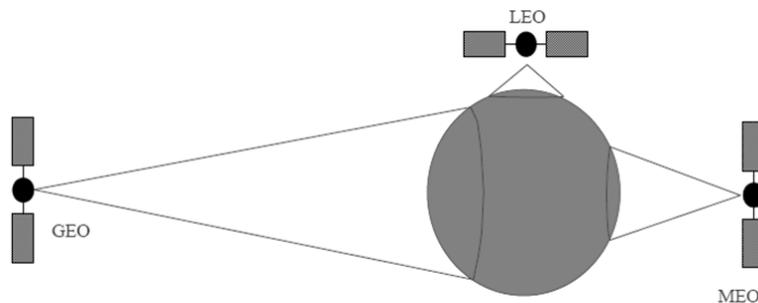


Figura 3: Cobertura del Satélite (García and Conte, 2005)

Para que los satélites mantengan su trayectoria y posición deben seguir las tres leyes de Kepler (1571-1630) y la Ley de la Gravitación Universal de Newton (1643-1727) (Vazquez, 2007), que se explican a continuación:

a. Leyes de Kepler: Las leyes de Kepler definen una elipse, la orientan con respecto a la Tierra y ubican al satélite en la elipse a un cierto tiempo determinado (Ávila, 2010).

1ra Ley (Órbitas Elípticas): Las órbitas de los planetas son elipses que presentan una pequeña excentricidad y en donde el sol se localiza en uno de sus focos (Charola, 1959).

De esta primera ley se deduce la siguiente ecuación:

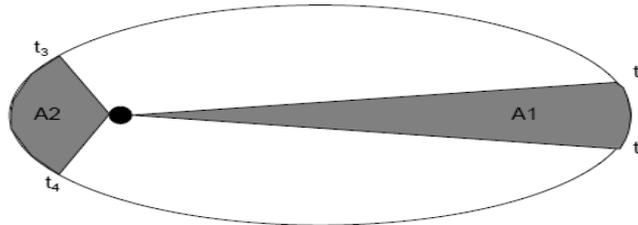
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b^2 \left[a + (a - b)^{1/2} \cos \theta \right]}$$

Ecuación (1): Ley de las Órbitas. (García and Conte, 2005)

En la ecuación (1) podemos observar el semieje mayor (a), semieje menor (b) y la distancia entre el satélite a la Tierra (r).

2da Ley (Ley de las Áreas): Las áreas barridas por el radio vector que une a los planetas al centro del Sol son iguales a tiempos iguales (Bernardini, 2010).

En la Figura 4 se puede observar de manera clara la segunda ley de Kepler



Si $t_4 - t_3 = t_2 - t_1$, entonces $A_2 = A_1$

Figura 4: Ley de las Áreas (García and Conte, 2005)

3ra Ley (Ley de los Periodos): Los cuadrados de los períodos orbitales sidéreos de los planetas son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al sol (Bernardini, 2010).

De esta ley se deduce la ecuación (2).

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{\mu}$$

Ecuación (2): Ley de los periodos (García and Conte, 2005)

En la ecuación (2) tenemos periodo orbital (T), distancia media del planeta (a) y la constante de proporcionalidad $\mu = 3.986004418 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{seg}^2$.

b. Ley de la gravitación Universal de Newton: todos los objetos se atraen unos a otros con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros (Hernández, 1996).

De lo anterior se expresa la ecuación (3).

$$F = - \frac{G \cdot M_E \cdot m \cdot r}{r^2}$$

Ecuación (3): Ley de la gravitación universal (Canales, 1998)

En la ecuación (3) tenemos expresado F como la fuerza de atracción, ME como la masa de la tierra, m es la masa del satélite y r representa el radio de la órbita.

Las anteriores leyes son usadas por la mecánica orbital para determinar la forma como se comporta el satélite en su órbita alrededor de la tierra y como se describen las elipses como un modelo físico que permiten verificar que la órbita es circular polar para el caso de los picosatélites, al igual que define parámetros necesarios para calcular dichas variables, entre otros tenemos (Ávila, 2009):

- a) **Perigeo.** Punto de la órbita más cercano a la tierra.
- b) **Apogeo.** Punto de la órbita más alejado de la tierra.
- c) **Latitud.** Indica la localización de una zona de la tierra situada al norte o al sur de una línea imaginaria que es llamada línea del Ecuador. En los mapas, las líneas de latitud aparecen representadas mediante líneas horizontales. Técnicamente, la latitud es el ángulo formado entre el paralelo de un lugar y el Ecuador, medido en grados, minutos y fracciones.
- d) **Longitud.** Ángulo formado entre el meridiano del lugar y el de Greenwich, medida en grados, minutos y fracciones. Puede ser Este u Oeste.
- e) **Altitud.** Altura de un punto de la tierra con relación al nivel del mar, medida en kilómetros.
- f) **Eje Mayor.** Distancia entre el apogeo y el perigeo
- g) **Eje Menor.** Línea perpendicular al eje mayor y que lo divide en dos partes iguales
- h) **Ángulo de Inclinación.** Ángulo entre el plano ecuatorial de la tierra y el plano orbital del satélite. La inclinación de la órbita determina los límites geográficos de la proyección de la trayectoria del satélite sobre la superficie de la tierra. Cuanto mayor es el ángulo de inclinación mayor es la superficie de la tierra cubierta por el satélite.
- i) **Ángulo de Elevación.** Es el ángulo formado entre la dirección de viaje de una onda radiada desde una antena de estación terrena y la horizontal, o el ángulo de la antena de la estación terrena entre el satélite y la horizontal. El cálculo de la elevación se limita a la resolución de un triángulo.
- j) **Excentricidad (e).** Definida como:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

3. METODOLOGÍA

Inicialmente se hizo una revisión bibliográfica de la información correspondiente a mecánica orbital. Se inicio así, el estudio a profundidad de los siguientes aspectos: descripción de la órbita, localización del satélite dentro de la órbita, localización del satélite respecto de la tierra y el cálculo de elevación y azimut. Comenzamos el estudio de cada una de las ecuaciones, principalmente las tres leyes de kepler y la ley de gravitación universal y las aplicaciones que tienen para la predicción de la ubicación de un satélite natural o artificial. Se analizaron las variables a tener en cuenta, sus valores mínimos y máximos para realizar efectivas interpretaciones y por ende acertadas predicciones.

Se mostraron resultados de esta primera parte con el planteamiento y resolución de problemas clásicos de esta área. Cada problema planteado y estudiado, necesito de un dominio matemático y a un análisis en la interpretación y sentido que tenía un resultado. Se centro en algunos datos conocidos de nuestro planeta y a partir de estos, se hizo la predicción de algunos otros cuerpos celestes del sistema solar.

También se hizo el estudio e interpretación del Formato Nasa; elemento indispensable para la realización y ejecución del software de predicción.

Se hizo una selección de la información necesaria para el desarrollo de este primer software, que proporcionó información importante a tener en cuenta en el proyecto principal y además permitió mediante su presentación nuevos integrantes para el grupo.

Para el desarrollo del simulador de ecuaciones de mecánica orbital se utilizó la metodología *eXtreme Programming* ó XP, debido a que permite generar continuamente entregas del software, en esta caso la simulación; además de la interacción continua con el cliente que básicamente está supervisando el desarrollo y evolución del proyecto, siendo una ventaja porque no se pierde mucho tiempo en la recolección de requerimientos debido a que el cliente los está aportando paralelamente al desarrollo de cada iteración y entrega de cada prototipo, además se utilizó el modelo de prototipos conjuntamente dado que se realizó un prototipo que ayudó a la obtención y validación de los requerimientos del sistema. Entiéndase cliente como el grupo de investigación INFELCOM, donde se desarrollo el presente proyecto.

De acuerdo con la metodología se establecieron roles para llevar un orden adecuado de las responsabilidades de cada integrante en el grupo de trabajo.

A continuación se describe la implementación de las prácticas que se adecuaron en el desarrollo del proyecto:

- a) **Planificación incremental:** Se estimaron 5 iteraciones con una duración de 2 meses cada una y se estableció el objetivo general del sistema.
- b) **Entregas pequeñas:** Al final de cada iteración se realizaron las entregas que eran evaluadas por el cliente.
- c) **Diseño sencillo:** Se realizó el diseño de la parte visual en se encuentra la obtención de los datos y la parte gráfica de los mismos.
- d) **Desarrollo previamente probado:** Los encargados de pruebas realizaban el test al sistema al finalizar las iteraciones para detectar posibles inconsistencias en el software.
- e) **Refactorización:** Los programadores antes y después de realizar las pruebas hacían un filtro en donde se quita el código que se duplicó y no se utiliza.
- f) **Programación en parejas:** El sistema fue desarrollado por dos personas lo que generó una reducción en la tasa de errores y se realizara un mejor diseño.
- g) **Propiedad colectiva:** Al ser desarrollado el código por dos personas siempre tuvieron conocimiento de todo el sistema y en el momento en el que se adquiría mayor comprensión del funcionamiento del software cualquiera de ellos podía hacer los cambios o adiciones necesarias.
- h) **Integración Continua:** Los diferentes cambios realizados entre iteraciones eran concatenados de manera casi inmediata al sistema.
- i) **Ritmo sostenible:** Se mantuvo el horario de trabajo que no superaba las 40 horas semanales para no desgastar el equipo de trabajo y así evitar sobreesfuerzos innecesarios que llevan a que se cometan errores.

4. RESULTADOS

El resultado de la investigación se plasma en un software denominado: “Simulador de posicionamiento de satélites basado en ecuaciones de mecánica orbital,” del cual se puede observar las siguientes características: en la Figura 5 se muestra la pantalla principal del sistema en donde aparecen 5 pestañas (Ingresar Satélite, Ingresar Estación, Ver Simulación, Ver Predicción, Modificar Datos) las cuales podrá escoger según lo que desee hacer.



Figura 5: Ventana principal (Fuente: Autores)

En la primera pestaña (Ingresar Satélite) se ingresa un satélite colocando allí el nombre del satélite y los otros dos datos solicitados son los correspondientes al formato NASA. A continuación encontrará un ejemplo de dicho formato:

```
Iridium 46
1 24905U 97043C 03029.77037232 +.00000191 +00000-0 +60972-4 0 00437
2 24905 086.3979 290.5337 0002724 058.5465 301.5990 14.34218966284994
```

El cual se verá así en el momento de ser ingresado en el software (Figura 6)



Figura 6: Ingresar satélite (Fuente: Autores)

En la segunda pestaña (Ingresar Estación) podrá ingresar una estación en donde llenará los campos correspondientes al nombre de la estación, la latitud y la longitud de la ubicación geográfica.

En la tercera pestaña (Ver Simulación) el sistema permite seleccionar los satélites que previamente se han agregado con la opción prevista para ello. Una vez hecho esto el sistema automáticamente carga el respectivo formato NASA en su correspondiente casilla. Una vez realizados los pasos anteriores se puede observar la simulación, que además de mostrar de forma grafica el posicionamiento del satélite, también muestra el valor de cada una de las coordenadas cartesianas (Figura 7.) El sistema permite cambiar algunos de los valores del formato NASA cuando se está ejecutando la simulación, los datos que no se pueden modificar, son datos que no varían con el tiempo.

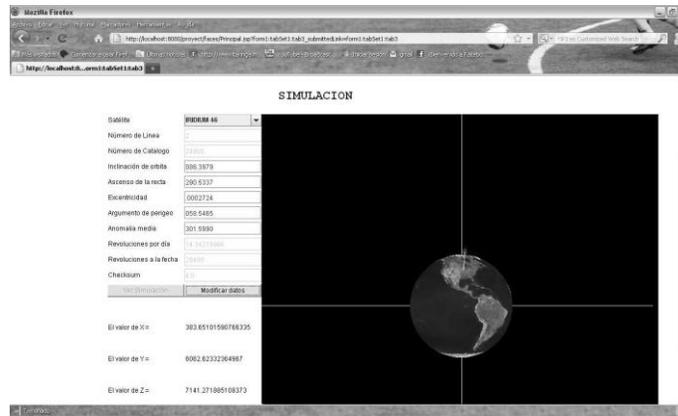


Figura 7: Simulación (Fuente: Autores)

Al modificar los datos sobre la inclinación de la órbita se observa el cambio, Figura 8.

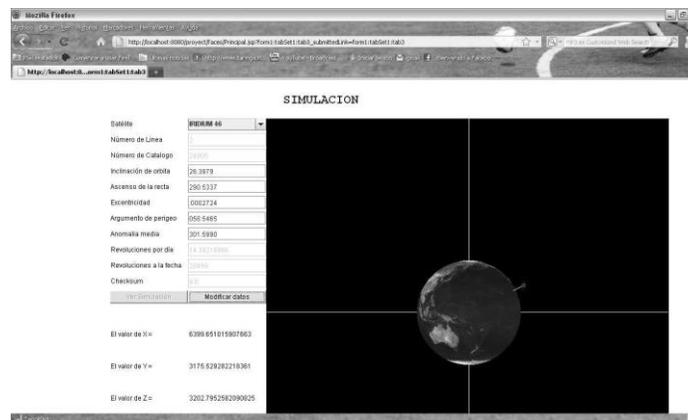


Figura 8: Resultado de la simulación (Fuente: Autores)

El software realizado trabaja sobre ambiente web y permite hacer modificaciones de datos y variables, que como se menciono antes, permiten ver la complejidad de la mecánica orbital.

El estudio a fondo que se hizo de las ecuaciones de mecánica orbital permitió no solo la creación de este software sino la iniciativa y la base para el desarrollo de otros, más específicos y requeridos en la estación.

5. CONCLUSIONES

- La manipulación inicial de las ecuaciones de mecánica orbital mediante la resolución de problemas clásicos de esta área fue primordial para la apropiación de conocimientos y entendimiento de las ecuaciones con las cuales se pudo desarrollar el simulador de posicionamiento de satélites basado en ecuaciones de mecánica orbital.
- Se demostró la gran importancia que tiene esta área del conocimiento en el proceso del proyecto principal, al entender la relación existente con la Estación Terrena y las telecomunicaciones.
- Una vez realizado el simulador, se pudo observar el comportamiento de cada una de las ecuaciones y por tanto Una simulación es algo esencial para llegar a un conocimiento más elevado que el que se obtiene solo con libros, dando un mayor entendimiento sobre lo deseado en conocer.
- La mecánica orbital es una ciencia poco estudiada en nuestro ámbito académico lo que le da mayor importancia a simplificar el entendimiento por medio de la simulación.

- La creación de una simulación encargada de mostrar el comportamiento de las ecuaciones de mecánica orbital hace que los integrantes del grupo de investigación tengan una herramienta para continuar con la investigación de los picosatélites y su comportamiento.

REFERENCIAS

- Ávila, M. (2009) *Mecánica Celeste* - Seminario Mecánica Orbital, pp. 26.
- Ávila, M. (2010). *Elementos Keplerianos*, pp. 12-14.
- Canales, J. L. (1998) *Estudio de la mecánica orbital - Desarrollo de las ecuaciones de mecánica orbital para el cálculo de posición de satélites*, España, pp. 3 Available:
http://ftp.heanet.ie/mirrors/sourceforge/g/project/gsat/Orbital%20Mechanics/1.0/OrbitalMechanics_spanish.pdf 12/11/2011
- Charola, F. (1959). *Elementos de Cosmografía*, Kapelusz, Buenos Aires, Available:
<http://www.astrosurf.com/astronosur/planetas1.htm> 06/06/2011
- De Bernardini, E. (2010) *Leyes de kepler*, Astronomía Sur, pp. 2-3. Available:
<http://www.astrosurf.com/astronosur/docs/Kepler.pdf> 23/07/2011
- Espíndola, J. (2009). *Seguimiento de órbitas de satélites LEO basado en técnicas de inteligencia artificial*. Revista TECNURA, ISSN 0123-921x. No. 24, pp. 25-34
- García, E., and Conte, R. (2005) *Sistemas de Satélite I-Mecánica Orbital*, México, pp. 4–22. Available:
http://electronica.cicese.mx/posgrado/2trim/telecom/satelites/Satelites_parte2.pdf 20/10/2011
- Hernández, M. (1996) *Fuerza y Movimiento*, Revista Española de Física, Vol 10, nº2, pp. 44-51. Available:
<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/kepler4/kepler4.html> 15/10/2011
- Quesada, F. (2010). *Comunicaciones Espaciales*. “Mecánica Orbital” Departamento de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, Universidad Politécnica de Cartagena, pp: 48-70.
- Timothy, P., and Bostian, C. W. (2004). *Satellite Communications*, Editorial Jhon Wiley & Sons, Singapore, pp. 11-45.
- Vazquez, R. (2007) *Introducción Histórica a la Mecánica Orbital*, Departamento de Ingeniería Aeroespacial, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, pp: 11-13.

Autorización y Renuncia

Los autores autorizan a LACCEI para publicar el escrito en las memorias de la conferencia. LACCEI o los editores no son responsables ni por el contenido ni por las implicaciones de lo que esta expresado en el escrito